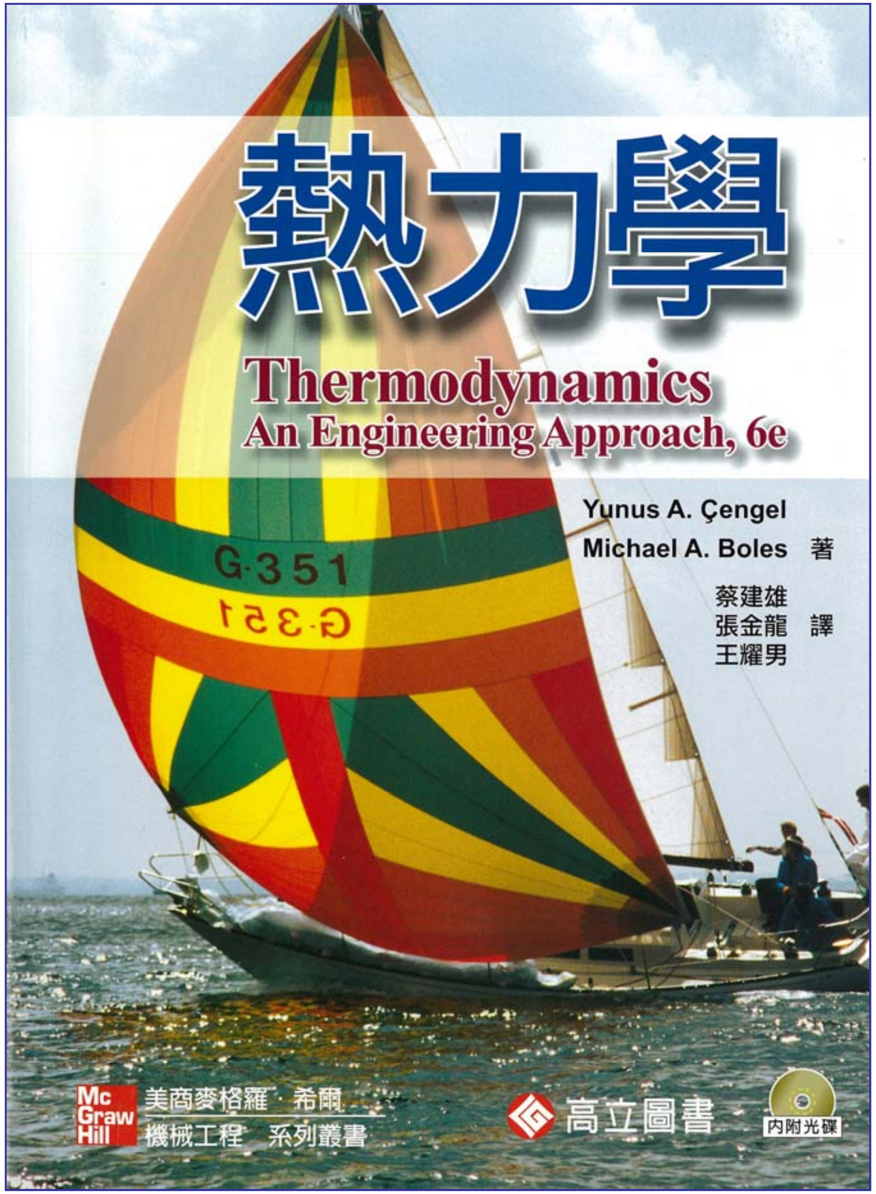


第4章
封閉系統的能量分析

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

學習目標

- 計算在引擎或壓縮機中常用到的邊界功 $P\,dV$。
- 定義熱力學第一定律，亦即封閉系統中的能量守恆。
- 發展封閉系統的能量守恆式。
- 定義定壓比熱與定容比熱。
- 利用比熱來計算理想氣體的內能與焓。
- 介紹不可壓縮物質與其內能、焓之變化的計算。
- 當封閉系統含純物質、理想氣體和不可壓縮物質時，求解能量守恆。

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

邊界移動功

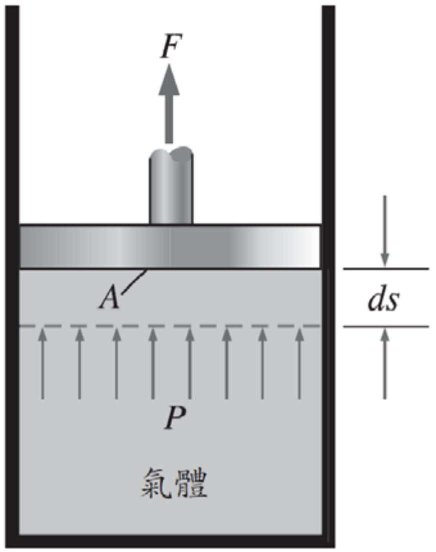
邊界移動功(*P dV* work)：當氣體在活塞－汽缸的裝置中，由於內部氣體的膨脹或壓縮，導致活塞向前或向後移動而對外界作功。

$$\delta W_b = F\,ds = PA\,ds = P\,dV$$

$$W_b = \int_1^2 P\,dV \qquad \text{(kJ)}$$

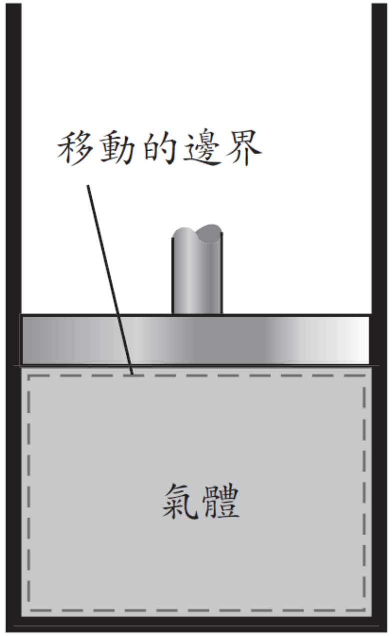
近似平衡過程：近似平衡過程爲假設系統中的物質在任何時間都相當接近平衡狀態。

W_b 爲正 → 膨脹
W_b 爲負 → 壓縮

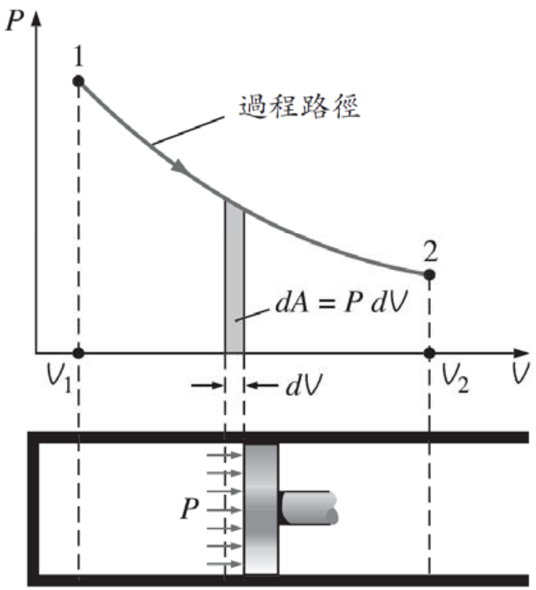


當活塞移動*ds*，則氣體作功δW_b

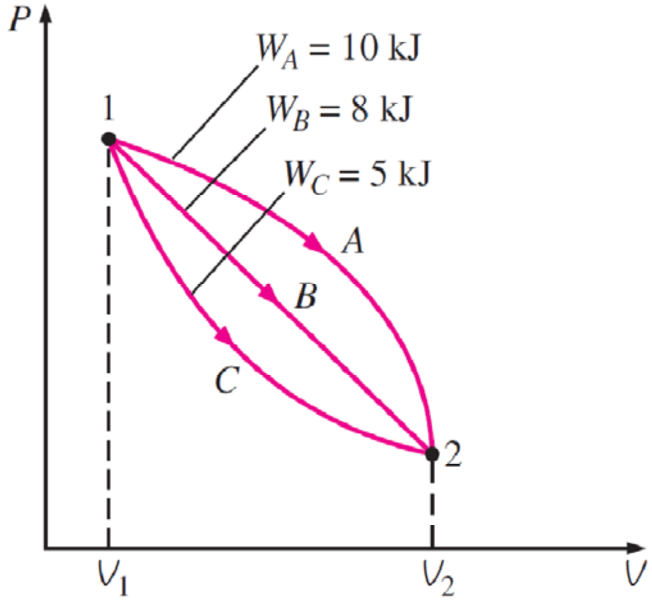
由於邊界移動所作的功稱爲邊界功。



© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010



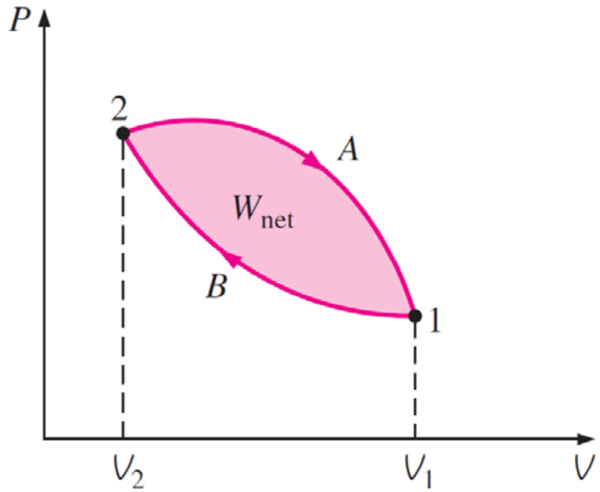
在一個循環內的淨功，相當於系統對外界作的功減去外界對系統所作的功。



在*P*-v 圖中，過程曲線下的面積代表邊界功。

$$\text{面積} = A = \int_1^2 dA = \int_1^2 P\,dV$$

邊界功與起點、終點和路徑有關。



© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

例 4-1　定容過程的邊界功

剛槽內裝有 500 kPa 與 150ºC 的空氣，由於熱傳遞的關係，內部空氣的溫度與壓力降至 65ºC 與 400 kPa，試求此過程的邊界功。

解：圖 4-6 為此過程的示意圖。

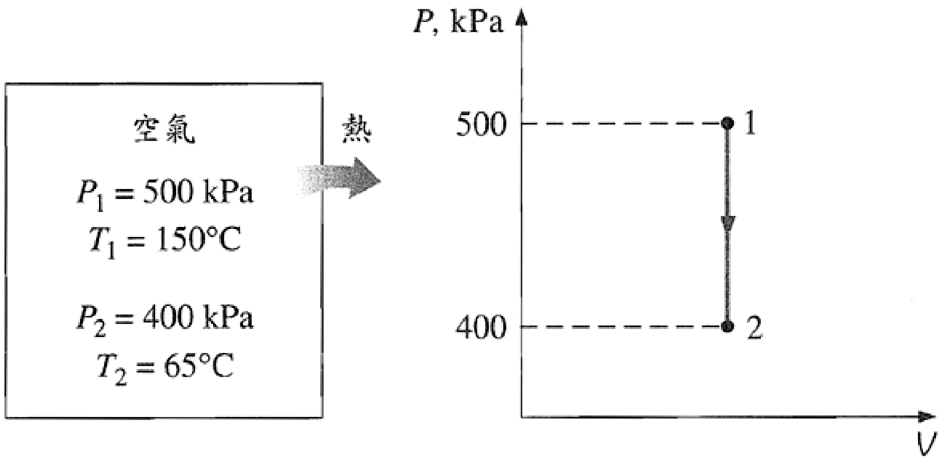
分析：邊界功可以從公式 4-2 求出：

$$W_b = \int_1^2 P\, \cancel{dV}^{\,0} = \mathbf{0}$$

討論：由於剛槽的體積沒有變化，所以不作邊界功，圖 4-6 之 *P-V* 圖過程曲線下方的面積也為零。

圖 4-6

例 4-1 的 *P-V* 圖與示意圖。



© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

例 4-2 定壓過程的邊界功

一個無摩擦的活塞一汽缸裝置，內含 5 kg 的水蒸氣，溫度為 200ºC，壓力為 400 kPa。如圖 4-7 所示，當熱量從外界向內傳遞，汽缸內溫度升至 250ºC，而活塞可以自由移動，以保持內部壓力為 400 kPa。

解：圖 4-7 為此過程的示意圖。

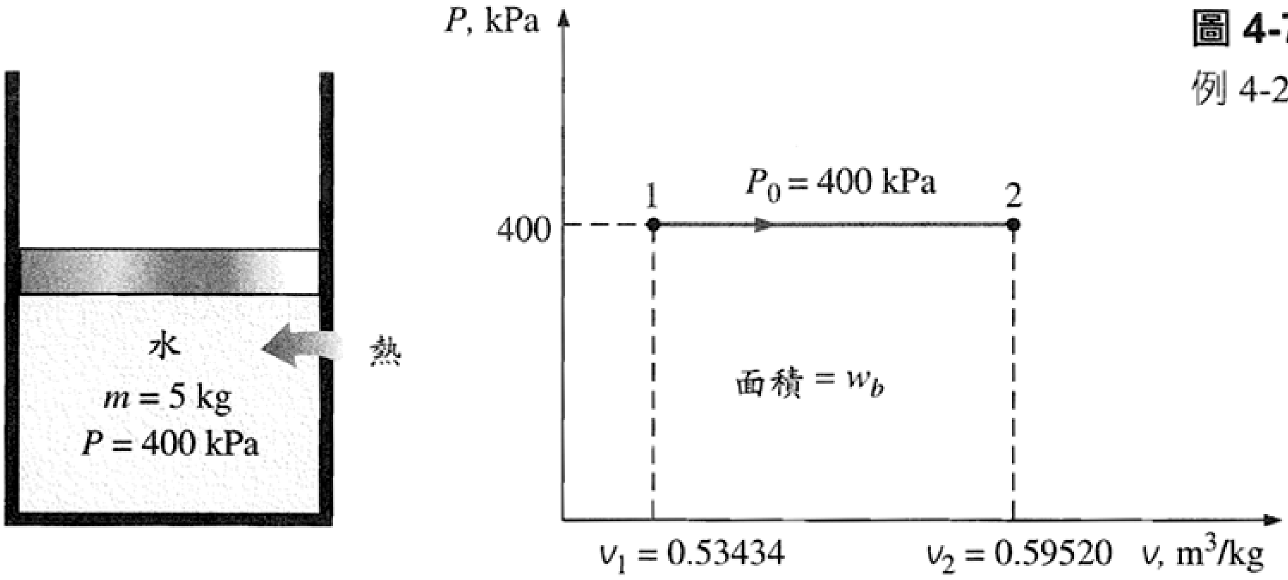


圖 4-7

例 4-2 的 P-v 圖與示意圖。

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

假設：膨脹過程為近似平衡。

分析：汽缸內水蒸氣受熱膨脹，推動活塞內部壓力以維持定壓。假設此膨脹為近似平衡過程，在定壓過程中，邊界功可以由公式 4-2 求得

$$W_b = \int_1^2 P\,dV = P_0 \int_1^2 dV = P_0(V_2 - V_1) \tag{4-6}$$

或

$$W_b = mP_0(v_2 - v_1)$$

因為 $V = mv$。從過熱蒸氣表（表 A-6）可以查出 $v_1 = 0.53434\ \mathrm{m^3/kg}$（400 kPa，200ºC）與 $v_2 = 0.59520\ \mathrm{m^3/kg}$（400 kPa，250ºC）。代入這些值得到

$$W_b = (5\ \mathrm{kg})(400\ \mathrm{kPa})[(0.59520 - 0.53434)\ \mathrm{m^3/kg}]\left(\frac{1\ \mathrm{kJ}}{1\ \mathrm{kPa \cdot m^3}}\right)$$

$$= \mathbf{121.7\ kJ}$$

討論：W_b 邊界功值為正，代表系統對外作功。此值也可由圖 4-7 之 P-V 圖下方面積求得。

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

例 4-3　理想氣體的等溫壓縮

如圖 4-8 所示，一個活塞－汽缸裝置內含 0.4 m^3 的空氣（80ºC，100 kPa），當空氣在等溫下被壓縮至 0.1 m^3，試求此過程所作的功。

解： 圖 4-8 為此過程的示意圖。

假設： 此過程為近似平衡過程，且汽缸內的空氣為理想氣體。

分析： 理想氣體在溫度 T_0 時，

$$PV = mRT_0 = C \quad 或 \quad P = \frac{C}{V}$$

其中，C 為一常數。將上式代入公式 4-2 可以得出

$$W_b = \int_1^2 P\,dV = \int_1^2 \frac{C}{V}dV = C\int_1^2 \frac{dV}{V} = C\ \ln\frac{V_2}{V_1} = P_1V_1\ \ln\frac{V_2}{V_1} \tag{4-7}$$

在公式 4-7 中，P_1V_1 可以 P_2V_2 或 mRT_0 取代。另外，因為 $P_1V_1 = P_2V_2$，因此 V_2/V_1 可以被 P_1/P_2 取代。

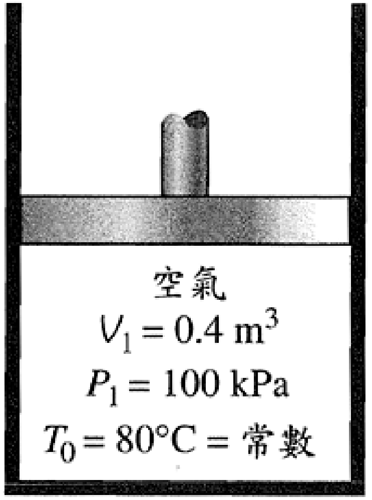
將值代入公式 4-7 中：

$$W_b = (100\ \text{kPa})(0.4\ \text{m}^3)\left(\ln\frac{0.1}{0.4}\right)\left(\frac{1\ \text{kJ}}{1\ \text{kPa}\cdot\text{m}^3}\right)$$

$$= \mathbf{-55.5\ kJ}$$

討論： W_b 值為負，代表外界對系統作功。

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010



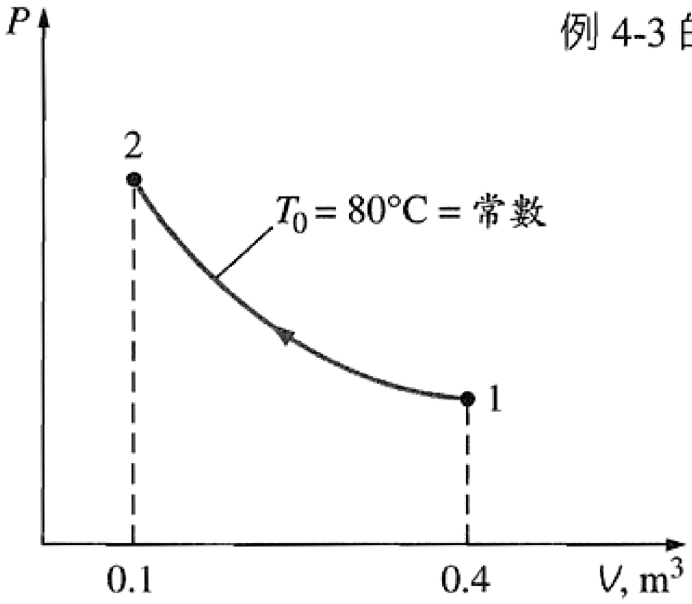


圖 4-8

例 4-3 的 *P*-*V* 圖與示意圖。

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

多變過程、等溫和等壓過程

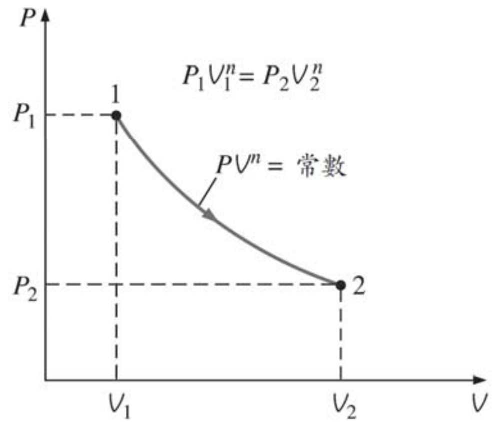
多變過程：C, n：常數 $P = CV^{-n}$

$$W_b = \int_1^2 P\,dV = \int_1^2 CV^{-n}\,dV = C\frac{V_2^{-n+1} - V_1^{-n+1}}{-n+1} = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{1-n}$$

對於理想氣體而言 $$W_b = \frac{mR(T_2 - T_1)}{1-n} \qquad n \neq 1 \qquad (\text{kJ})$$

當n =1 時，邊界功可以寫成 $$W_b = \int_1^2 P\,dV = \int_1^2 CV^{-1}\,dV = PV\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

等壓過程 $$W_b = \int_1^2 P\,dV = P_0\int_1^2 dV = P_0(V_2 - V_1)$$



多過程的P-V圖與示意圖。

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

例 4-4 受彈簧力限制的氣體膨脹

如圖 4-10 所示，一組活塞－汽缸裝置內含 200 kPa、0.05 m^3 的氣體，此時，一個線性彈簧（彈簧常數為 150 kN/m）置於活塞上方，但與活塞之間沒有接觸力。此時，熱從外界傳入汽缸，使得汽缸內氣體膨脹，並壓縮彈簧，直至汽缸內體積增加為原來的兩倍。假設汽缸的截面積為 0.25 m^2，試求：(a) 最終狀態的汽缸壓力；(b) 系統對外界所作的功；(c) 被彈簧吸收的功。

解： 圖 4-10 是本題的 P-V 圖與示意圖。

假設： 此過程為近似平衡過程，而彈簧遵守虎克定律。

分析： (a) 最終狀態的體積為

$$V_2 = 2V_1 = (2)(0.05\ \text{m}^3) = 0.1\ \text{m}^3$$

所以活塞上移的距離為

$$x = \frac{\Delta V}{A} = \frac{(0.1 - 0.05)\ \text{m}^3}{0.25\ \text{m}^2} = 0.2\ \text{m}$$

在最終狀態下，彈簧施加在活塞的力為

$$F = kx = (150\ \text{kN/m})(0.2\ \text{m}) = 30\ \text{kN}$$

額外施加在氣體的壓力為

$$P = \frac{F}{A} = \frac{30\ \text{kN}}{0.25\ \text{m}^2} = 120\ \text{kPa}$$

所以在整個過程中，氣體的壓力是從 200 kPa 線性升高至

$$200 + 120 = \mathbf{320\ kPa}$$

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

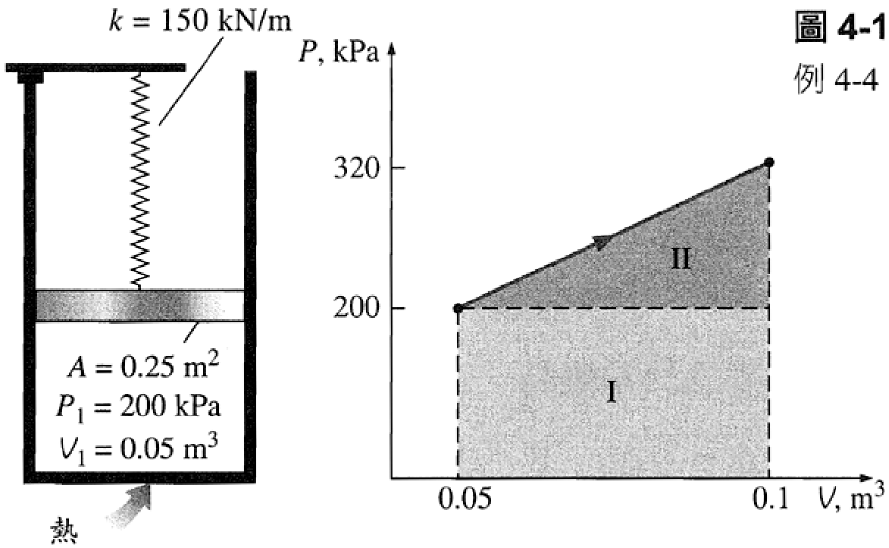


圖 4-10

例 4-4 的 P-V 圖與示意圖。

(b) 從圖 4-10 的 P-V 圖中，藉由過程曲線下方的面積可以計算出功，圖中的 P-V 梯形面積為

$$W = \text{面積} = \frac{(200 + 320)\ \text{kPa}}{2}\left[(0.1 - 0.05)\ \text{m}^3\right]\left(\frac{1\ \text{kJ}}{1\ \text{kPa}\cdot\text{m}^3}\right) = \mathbf{13\ kJ}$$

(c) 從圖 4-10 的 P-V 圖中，區域 I 為氣體克服大氣壓所作的功，區域 II 為克服彈簧力所作的功，所以

$$W_{\text{spring}} = \tfrac{1}{2}\left[(320 - 200)\ \text{kPa}\right](0.05\ \text{m}^3)\left(\frac{1\ \text{kJ}}{1\ \text{kPa}\cdot\text{m}^3}\right) = \mathbf{3\ kJ}$$

討論：此結果也可以從下列的關係式獲得

$$W_{\text{spring}} = \tfrac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2) = \tfrac{1}{2}(150\ \text{kN/m})\left[(0.2\ \text{m})^2 - 0^2\right]\left(\frac{1\ \text{kJ}}{1\ \text{kN}\cdot\text{m}}\right) = 3\ \text{kJ}$$

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

封閉系統下的能量平衡方程式

對任一系統經歷某種過程時的能量平衡方程式

$$\underbrace{E_{\text{in}} - E_{\text{out}}}_{\substack{\text{熱、功和質量的}\\\text{淨能量轉換}}} = \underbrace{\Delta E_{\text{system}}}_{\substack{\text{內能、動能和位能}\\\text{等能量的變化}}} \qquad (\text{kJ})$$

能量平衡變化率的形式

$$\underbrace{\dot{E}_{\text{in}} - \dot{E}_{\text{out}}}_{\substack{\text{熱、功和質量的淨}\\\text{能量轉換率}}} = \underbrace{dE_{\text{system}}/dt}_{\substack{\text{內能、動能和位能}\\\text{等能量的變化率}}} \qquad (\text{kW})$$

當變化率等於常數時，Δt 時間內總量的改變可以表示成：

$$Q = \dot{Q}\,\Delta t, \quad W = \dot{W}\,\Delta t, \quad \text{與} \quad \Delta E = (dE/dt)\,\Delta t \qquad (\text{kJ})$$

能量平衡每單位質量 $e_{\text{in}} - e_{\text{out}} = \Delta e_{\text{system}} \qquad (\text{kJ/kg})$

能量平衡也可以寫成微分形式

$$\delta E_{\text{in}} - \delta E_{\text{out}} = dE_{\text{system}} \quad \text{或} \quad \delta e_{\text{in}} - \delta e_{\text{out}} = de_{\text{system}}$$

能量平衡的循環

$$W_{\text{net,out}} = Q_{\text{net,in}} \quad \text{或} \quad \dot{W}_{\text{net,out}} = \dot{Q}_{\text{net,in}} \text{（循環）}$$

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

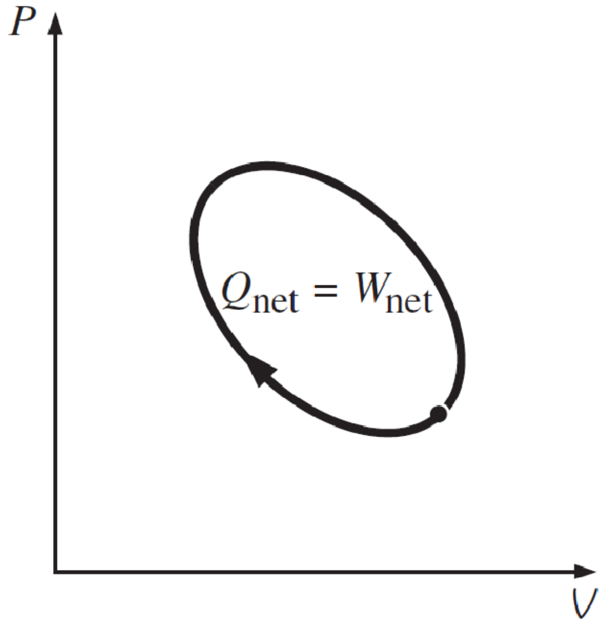
$$Q_{\text{net,in}} - W_{\text{net,out}} = \Delta E_{\text{system}} \quad 或 \quad Q - W = \Delta E$$

$$Q = Q_{\text{net,in}} = Q_{\text{in}} - Q_{\text{out}}$$

$$W = W_{\text{net,out}} = W_{\text{out}} - W_{\text{in}}$$

習慣性用法：熱量進入系統或系統對外做功的方向爲正；

熱量離開系統或外界對系統做功的方向爲負。



通式	$Q - W = \Delta E$
靜態系統	$Q - W = \Delta U$
單位質量	$q - w = \Delta e$
微分形式	$\delta q - \delta w = de$

對於完整循環過程，$\Delta E = 0$，因此$Q = W$。

封閉系統中第一定律的表達式。

The McGraw-Hill Companies
© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

等壓膨脹或壓縮過程下的能量守恆

對於一近似平衡的封閉系統，*Q* 爲傳入系統的熱量，*W* 爲系統對外所作的功。

$$\underbrace{E_{\text{in}} - E_{\text{out}}}_{\text{熱、功和質量的淨能量轉換}} = \underbrace{\Delta E_{\text{system}}}_{\text{內能、動能和位能等能量的變化}}$$

$$Q - W = \Delta U + \cancelto{0}{\Delta KE} + \cancelto{0}{\Delta PE}$$

$$Q - W_{\text{other}} - W_b = U_2 - U_1$$

$$Q - W_{\text{other}} - P_0(V_2 - V_1) = U_2 - U_1$$

$$Q - W_{\text{other}} = (U_2 + P_2V_2) - (U_1 + P_1V_1)$$

$$H = U + PV$$

$$Q - W_{\text{other}} = H_2 - H_1 \qquad \text{(kJ)}$$

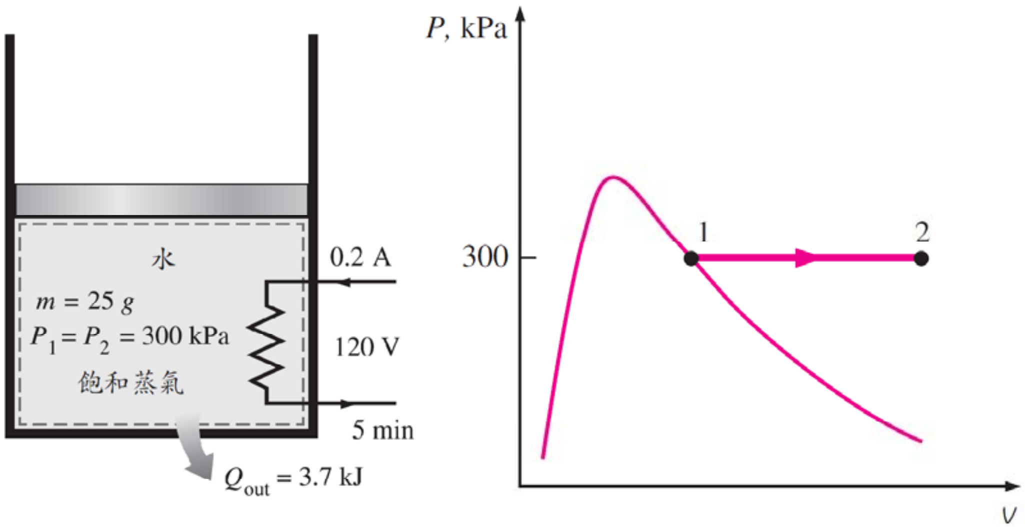
對於近似平衡且等壓過程下的封閉系統

$$\Delta U + W_b = \Delta H$$

等壓過程的例子

$$W_{e,\text{in}} - Q_{\text{out}} - W_b = \Delta U$$

$$W_{e,\text{in}} - Q_{\text{out}} = \Delta H = m(h_2 - h_1)$$



© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

例 4-5 定壓狀態下，以電阻絲加熱

如圖 4-13 所示，一個活塞－汽缸裝置內含 25 g 的飽和水蒸氣（300 kPa）。汽缸內以電阻絲加熱氣體 5 分鐘，電阻絲的電流為 0.2 A，電壓為 120 V，在此時間內，汽缸對外的熱散失為 3.7 kJ。(a) 定壓狀態下，證明此封閉系統的邊界功 W_b、內能變化 ΔU，可以 ΔH 表示。(b) 求出最終狀態下水蒸氣的溫度。

解： 取汽缸的內容物為系統，包括電組線（圖 4-13）。此為封閉系統，因為過程中無質量通過系統邊界。因活塞－汽缸裝置有移動的邊界，而有邊界功 W_b。過程中壓力維持固定，因此 $P_2 = P_1$。此外，熱由系統損失，而電力功 W_e 作用於系統。

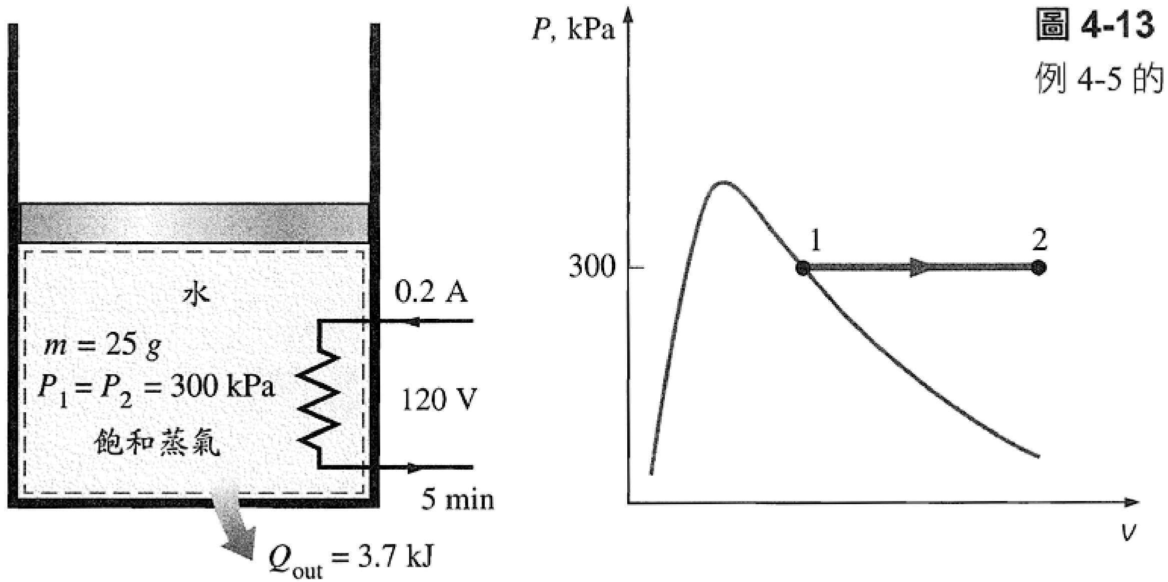


圖 4-13

例 4-5 的 *P-V* 圖與示意圖。

The McGraw-Hill Companies © The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

假設：(1) 此裝置是靜止的，動能與位能的變化量為零，$\Delta KE = \Delta PE = 0$。因此，$\Delta E = \Delta U$，也就是說，在此系統中有能量變化的唯一形式是內能。(2) 電阻絲能量的變化可以忽略。

分析：此封閉系統由於電阻絲的加熱，氣體受熱而溫度升高，因此膨脹對外作功，並維持等壓 $P_1 = P_2$，電阻絲所耗的電功為 W_e。

(a) 對於一封閉系統，Q 為傳入系統的熱量，W 為系統對外所作的功，能量守恆方程式可以寫成

$$\underbrace{E_{\text{in}} - E_{\text{out}}}_{\substack{\text{熱、功和質量的}\\ \text{淨能量轉換}}} = \underbrace{\Delta E_{\text{system}}}_{\substack{\text{內能、動能和位能}\\ \text{等能量的變化}}}$$

$$Q - W = \Delta U + \Delta \cancelto{0}{KE} + \Delta \cancelto{0}{PE}$$

$$Q - W_{\text{other}} - W_b = U_2 - U_1$$

等壓過程中，邊界功 $W_b = P_0(V_2 - V_1)$。

$$Q - W_{\text{other}} - P_0(V_2 - V_1) = U_2 - U_1$$

然而

$$P_0 = P_2 = P_1 \quad \rightarrow \quad Q - W_{\text{other}} = (U_2 + P_2V_2) - (U_1 + P_1V_1)$$

而且 $H = U + PV$，所以可以導出

$$Q - W_{\text{other}} = H_2 - H_1 \qquad \text{(kJ)} \qquad \textbf{(4-18)}$$

這個式子就是圖 4-14 所表達的。此關係式在使用上相當方便，對於一個封閉系統中的等壓過程，邊界功可以融入焓中，而不必單獨處理。

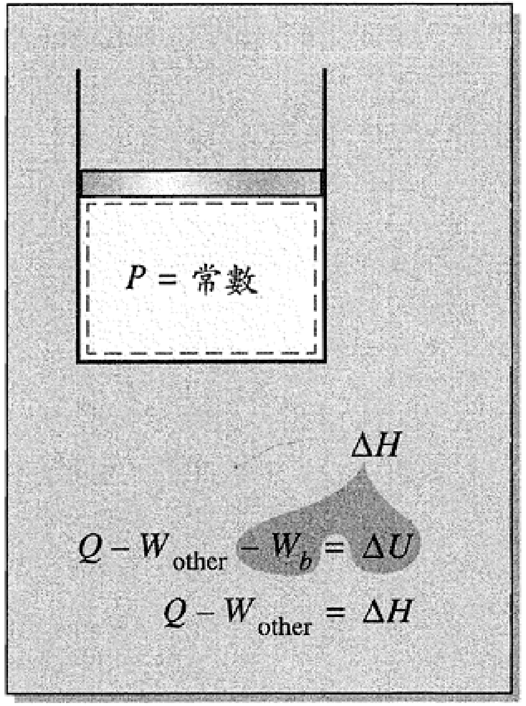


圖 4-14

對於近似平衡且等壓過程下的封閉系統，$\Delta U + W_b = \Delta H$。

The McGraw-Hill Companies
© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

(b) 電阻絲所耗的電力功

$$W_e = \mathbf{V}I\ \Delta t = (120\ \text{V})(0.2\ \text{A})(300\ \text{s})\left(\frac{1\ \text{kJ/s}}{1000\ \text{VA}}\right) = 7.2\ \text{kJ}$$

狀態 1： $\left.\begin{array}{l} P_1 = 300\ \text{kPa} \\ \text{飽和蒸氣} \end{array}\right\}$ $h_1 = h_{g\ @\ 300\ \text{kPa}} = 2724.9\ \text{kJ/kg}$

（表 A-5）

最終狀態的焓可以從公式 4-18 求出。

$$\underbrace{E_{in} - E_{out}}_{\substack{\text{熱、功和質量的淨} \\ \text{能量轉換}}} = \underbrace{\Delta E_{system}}_{\substack{\text{內能、動能和位能} \\ \text{等能量的變化}}}$$

$$W_{e,in} - Q_{out} - W_b = \Delta U$$

$$W_{e,in} - Q_{out} = \Delta H = m(h_2 - h_1) \qquad (\text{因為 } P = \text{常數})$$

$$7.2\ \text{kJ} - 3.7\ \text{kJ} = (0.025\ \text{kg})(h_2 - 2724.9)\ \text{kJ/kg}$$

$$h_2 = 2864.9\ \text{kJ/kg}$$

最終狀態 2 為過熱蒸氣狀態，經表 A-6 可以查出

狀態 2： $\left.\begin{array}{l} P_2 = 300\ \text{kPa} \\ h_2 = 2864.9\ \text{kJ/kg} \end{array}\right\}$ $T_2 = \mathbf{200°C}$ （表 A-6）

所以最終狀態下，蒸氣溫度為 200ºC。

討論：嚴格說來，蒸氣的位能變化並不是零，因為膨脹後重心位置有改變。但是若重心位置提高 1 m，位能變化量僅為 0.0002 kJ，所以一般在求解這些問題時，位能的變化量都忽略不計。

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

例 4-6 水的自由膨脹

如圖 4-15 所示，一個剛槽以隔板分成兩部分：一部分真空，一部分為 200 kPa、25°C 的水（5 kg）。當隔板打開後，水擴散至整個空間，假設水可以與外界交換熱，使溫度達 25°C，試求：(a) 容器的體積；(b) 最終狀態下的壓力；(c) 在此過程中的熱傳量。

解： 取容器的內容物為系統，包括真空的空間（圖 4-13）。此為封閉系統，因為過程中無質量通過系統邊界。當隔板被移走後，水充滿整個容器（可能為液－氣混合物）。

假設： (1) 系統為靜止，所以動能與位能的變化為零，$\Delta KE = \Delta PE = 0$，$\Delta E = \Delta U$。(2) Q_{in} 為進入系統的熱，若 Q_{in} 為負，代表系統對外散熱。(3) 剛槽體積固定，所以邊界功為零。

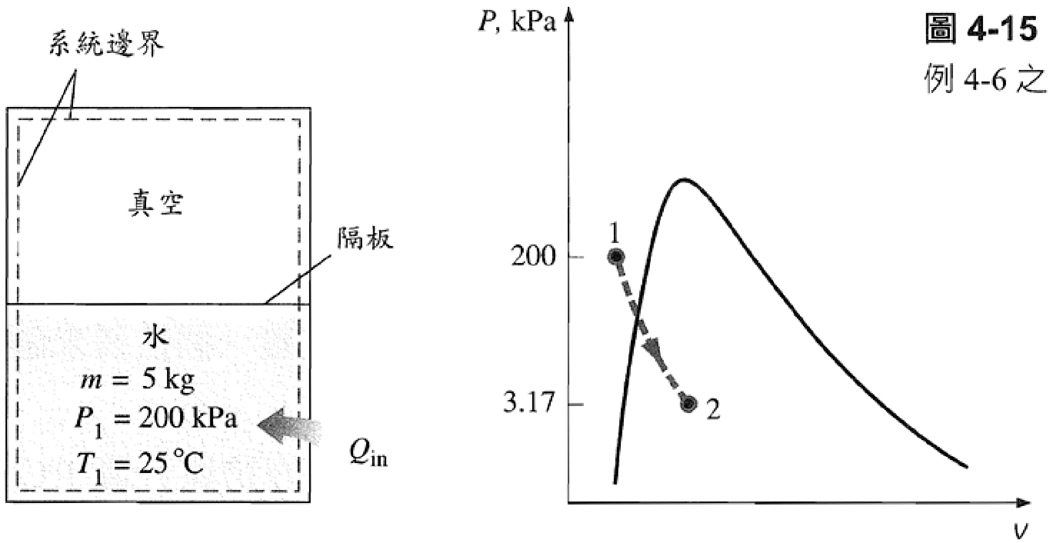


圖 4-15

例 4-6 之 P-V 圖與示意圖。

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

分析：(a) 如圖 4-15 所示，在 25ºC、200 kPa 下的水為壓縮狀態下的水（因為 25ºC 下飽和壓力為 3.1698 kPa），此時的比容約等於 25ºC 飽和液體的比容：

$$v_1 \cong v_{f\,@\,25°C} = 0.001003\ \mathrm{m^3/kg} \cong 0.001\ \mathrm{m^3/kg} \quad \text{（表 A-4）}$$

所以水在最初狀態的體積為

$$V_1 = mv_1 = (5\ \mathrm{kg})(0.001\ \mathrm{m^3/kg}) = 0.005\ \mathrm{m^3}$$

容器體積為兩倍水的體積：

$$V_{\mathrm{tank}} = (2)(0.005\ \mathrm{m^3}) = \mathbf{0.01\ m^3}$$

(b) 最終狀態下，水的比容為

$$v_2 = \frac{V_2}{m} = \frac{0.01\ \mathrm{m^3}}{5\ \mathrm{kg}} = 0.002\ \mathrm{m^3/kg}$$

25ºC 飽和狀態下：

$$v_f = 0.001003\ \mathrm{m^3/kg} \quad \text{與} \quad v_g = 43.340\ \mathrm{m^3/kg} \quad \text{（表 A-4）}$$

因為 $v_f < v_2 < v_g$，所以為飽和液－氣混合物，壓力為

$$P_2 = P_{\mathrm{sat}\,@\,25°C} = \mathbf{3.1698\ kPa} \quad \text{（表 A-4）}$$

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

(c) 能量守恆方程式

$$\underbrace{E_{in} - E_{out}}_{\text{熱、功和質量的淨能量轉換}} = \underbrace{\Delta E_{system}}_{\text{內能、動能和位能等能量的變化}}$$

$$Q_{in} = \Delta U = m(u_2 - u_1)$$

即使水在過程中膨脹，但選定的系統僅具有固定的邊界，因此移動的邊界功為零（圖 4-16）。$W = 0$，因為系統無任何其他形式的功。（若選擇水為系統，可得到相同的結論嗎？）最初，

$$u_1 \cong u_{f\,@\,25°C} = 104.83 \text{ kJ/kg}$$

由比容的資料求得最終狀態的乾度：

$$x_2 = \frac{v_2 - v_f}{v_{fg}} = \frac{0.002 - 0.001}{43.34 - 0.001} = 2.3 \times 10^{-5}$$

而

$$\begin{aligned} u_2 &= u_f + x_2 u_{fg} \\ &= 104.83 \text{ kJ/kg} + (2.3 \times 10^{-5})(2304.3 \text{ kJ/kg}) \\ &= 104.88 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

代入得到

$$Q_{in} = (5 \text{ kg})[(104.88 - 104.83) \text{ kJkg}] = \mathbf{0.25\ kJ}$$

討論：Q_{in} 為正，代表熱量從外進入容器內。

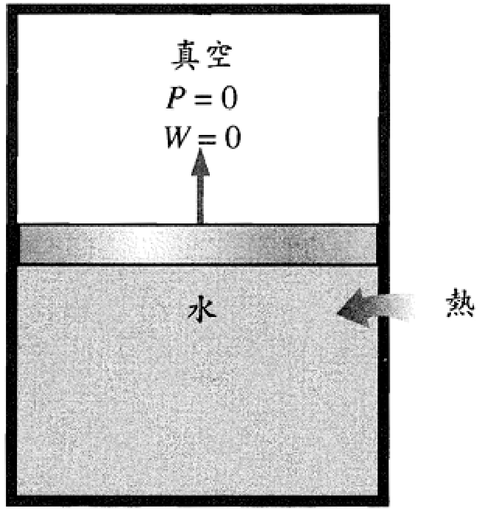


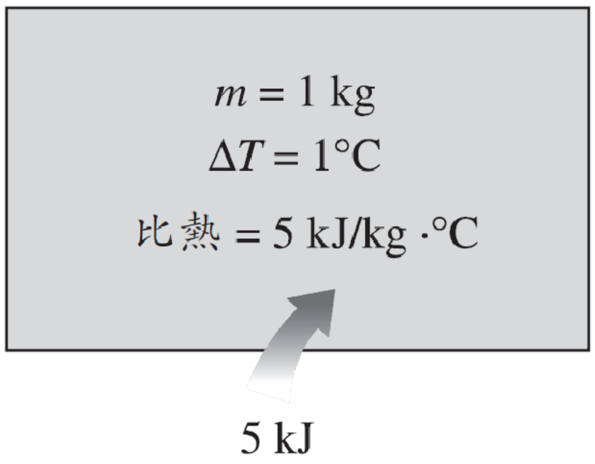
圖 4-16
在真空中膨脹不需作功，所以沒有能量的傳遞。

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

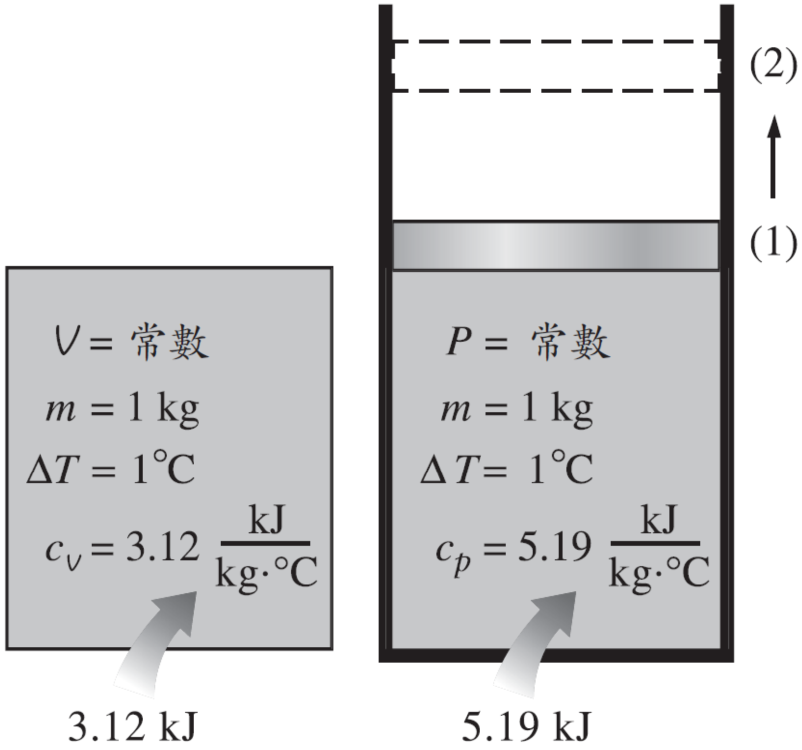
比熱

- 定容比熱, c_v：在等體積的持續過程中，單位質量的物質升高 1ºC 時所需的熱量。
- 定壓比熱, c_p: 在等壓力的持續過程中，單位質量的物質升高 1ºC 時。

定容比熱c_v 與定壓比熱c_p(圖中為氦氣的比熱值)。

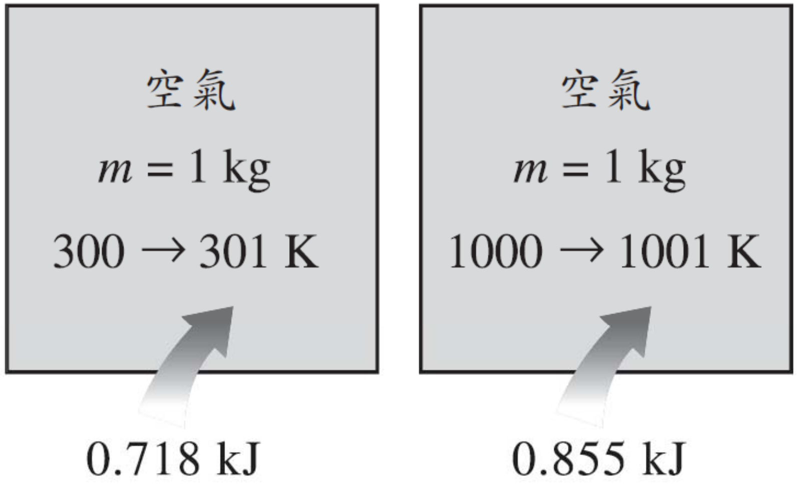


比熱定義為單位質量增加 1ºC 所需要的能量。



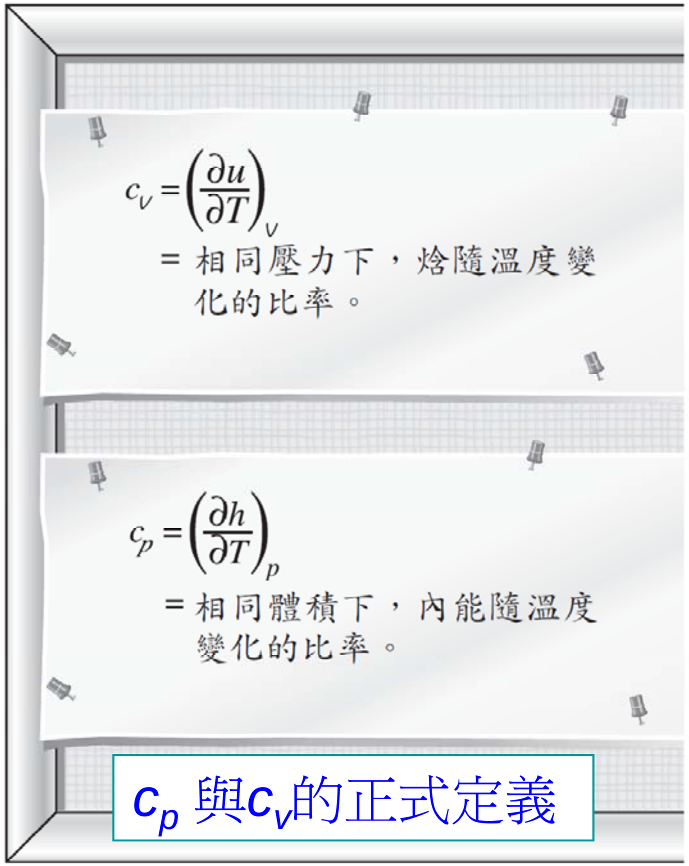
The McGraw-Hill Companies
© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

- c_v 和 c_p 是性質參數
- c_v代表內能隨溫度變化的比率，而c_p 代表焓隨溫度變化的比率。
- 比熱的常用單位kJ/kg · °C 或 kJ/kg · K。這些單位是相同的嗎？



比熱的值會隨物質溫度而改變。

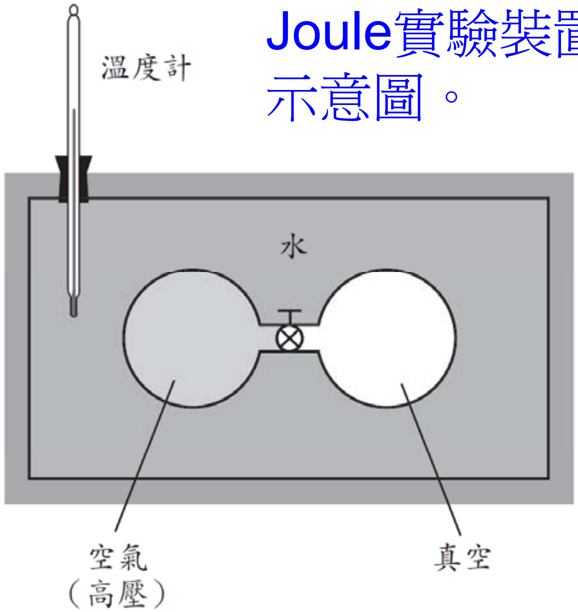
c_p 永遠比c_v大嗎?



c_p 與c_v的正式定義

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

理想氣體的內能、焓與比熱



Joule實驗裝置的示意圖。

理想氣體焓的公式

$$\left.\begin{aligned} h &= u + Pv \\ Pv &= RT \end{aligned}\right\} \quad h = u + RT$$

$$h = h(T)$$

$$du = c_v(T)\,dT$$

$$dh = c_p(T)\,dT$$

$$\Delta u = u_2 - u_1 = \int_1^2 c_v(T)\,dT \qquad (\text{kJ/kg})$$

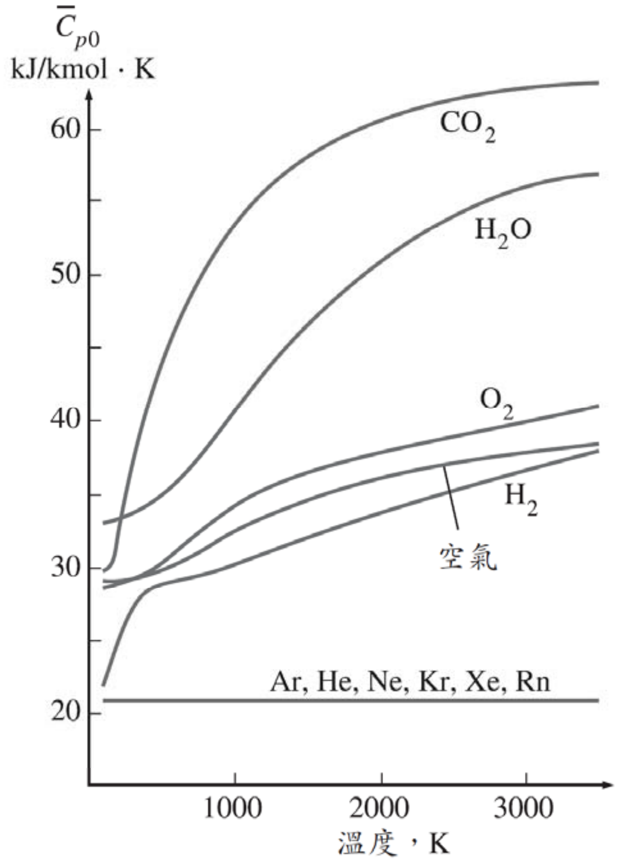
$$\Delta h = h_2 - h_1 = \int_1^2 c_p(T)\,dT \qquad (\text{kJ/kg})$$

$$\boxed{\begin{aligned} u &= u(T) \\ h &= h(T) \\ c_v &= c_v(T) \\ c_p &= c_p(T) \end{aligned}}$$

理想氣體的u, h, c_v與c_p 只隨溫度變化。

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

- 當低壓時，所有氣體都具有理想氣體行為，此時的比熱只是溫度的函數。
- 真實氣體在低壓狀態時的比熱，也可稱為理想氣體比熱或低壓狀態比熱，通常用c_{p0}與c_{v0} 的符號來表示。



一些氣體的理想氣體定壓比熱。

- 很多氣體的u 和 h都已經有表格可以查，這些表通常會選擇一個參考狀態，此處u 和 h 為零

空氣

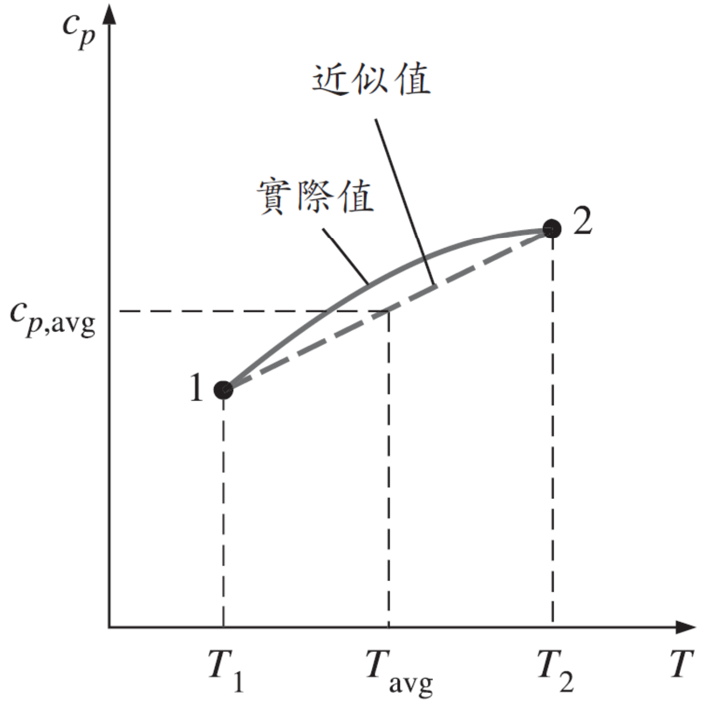
T, K	u, kJ/kg	h, kJ/kg
0	0	0
·	·	·
·	·	·
300	214.07	300.19
310	221.25	310.24
·	·	·
·	·	·

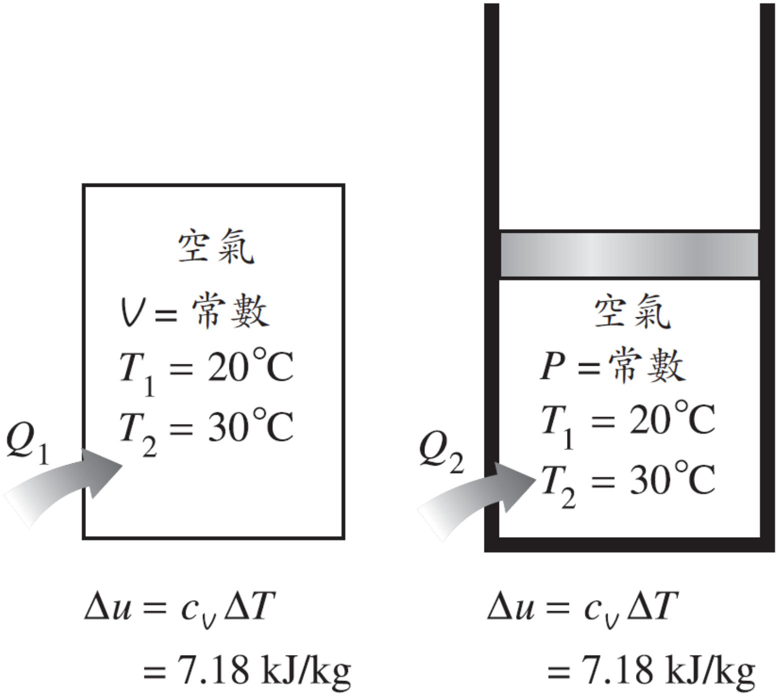
理想氣體表格，大多以0 K 為參考溫度。

The McGraw-Hill Companies
© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

$$u_2 - u_1 = c_{v,\text{avg}}(T_2 - T_1) \qquad (\text{kJ/kg})$$

$$h_2 - h_1 = c_{p,\text{avg}}(T_2 - T_1) \qquad (\text{kJ/kg})$$





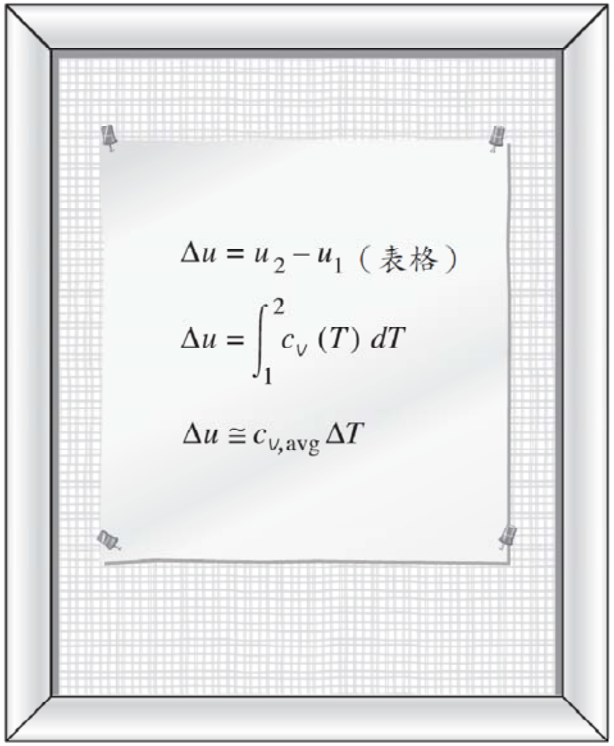
在小的溫度區間內，比熱爲溫度的線性函數。

$\Delta u = c_v \Delta T$ 的關係式對任何過程都適用。

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

三種方法算出 Δ*u* 與 Δ*h*

1. 使用表列的*u* 與*h* 值。這是最簡單的，只要你手邊的表很齊全。
2. 使用公式4-25與公式4-26來做積分，如果手邊有u(T)、h(T)的函數關係。結果是最準確的。
3. 使用平均比熱值。在溫度範圍不大時，這是最簡單的，而且準確度也不低。



三種方法算出Δ*u*。

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

理想氣體的比熱關係

$$h = u + RT$$

$$dh = du + R\,dT$$

$$dh = c_p\,dT \text{，} dh = c_v\,dT$$

c_p, c_v 與R的關係

$$c_p = c_v + R \qquad (\mathrm{kJ/kg \cdot K})$$

使用莫爾數來計算

$$\bar{c}_p = \bar{c}_v + R_u \qquad (\mathrm{kJ/kmol \cdot K})$$

比熱比 $$k = \frac{c_p}{c_v}$$

空氣在 300 K 時

$$\left.\begin{aligned} c_v &= 0.718\ \mathrm{kJ/kg \cdot K} \\ R &= 0.287\ \mathrm{kJ/kg \cdot K} \end{aligned}\right\} c_p = 1.005\ \mathrm{kJ/kg \cdot K}$$

或

$$\left.\begin{aligned} \bar{c}_v &= 20.80\ \mathrm{kJ/kmol \cdot K} \\ R_u &= 8.314\ \mathrm{kJ/kmol \cdot K} \end{aligned}\right\} \bar{c}_p = 29.114\ \mathrm{kJ/kmol \cdot K}$$

理想氣體的定壓比熱 c_p 可以由 c_v 和 R 算出。

- 比熱比的值也是隨著溫度而變化，但此變化程度較溫和。
- 對單原子分子氣體來說，比熱比的值約1.667。
- 對於雙原子分子氣體來說，在室溫時約1.4。

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

例 4-7　理想氣體 Δu 的計算

300 K、200 kPa 的空氣在等壓過程中被加熱至 600 K，依據 (a) 表 A-17；(b) 表 A-2c 的比熱關係式；(c) 表 A-2b 的平均比熱值，試計算比內能。

解：欲以三種不同的方法決定空氣內能的改變量。

假設：在高溫低壓下，空氣可以視為理想氣體。理想氣體內能的變化只與起始點和最終點的溫度有關，與過程無關。

(a) 表 A-17 中，

$$u_1 = u_{@\ 300\ \mathrm{K}} = 214.07\ \mathrm{kJ/kg}$$

$$u_2 = u_{@\ 600\ \mathrm{K}} = 434.78\ \mathrm{kJ/kg}$$

因此，

$$\Delta u = u_2 - u_1 = (434.78 - 214.07)\ \mathrm{kJ/kg} = \mathbf{220.71\ kJ/kg}$$

(b) 表 A-2c 中，

$$\bar{c}_p(T) = a + bT + cT^2 + dT^3$$

其中 $a = 28.11$，$b = 0.1967 \times 10^{-2}$，$c = 0.4802 \times 10^{-5}$，$d = -1.966 \times 10^{-9}$。由公式 4-30，

$$\bar{c}_v(T) = \bar{c}_p - R_u = (a - R_u) + bT + cT^2 + dT^3$$

由公式 4-25，

$$\Delta \bar{u} = \int_1^2 \bar{c}_v(T)\ dT = \int_{T_1}^{T_2} [(a - R_u) + bT + cT^2 + dT^3]\ dT$$

將上式積分可以求出

$$\Delta \bar{u} = 6447\ \mathrm{kJ/kmol}$$

所以比內能變化為

$$\Delta u = \frac{\Delta \bar{u}}{M} = \frac{6447\ \mathrm{kJ/kmol}}{28.97\ \mathrm{kg/kmol}} = \mathbf{222.5\ kJ/kg}$$

與 (a) 的答案相差約 0.8%。

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

(c) 表 A-2b 的平均比熱值可以用平均溫度 $(T_1 + T_2)/2 = 450$ K 來估算：

$$c_{v,\text{avg}} = c_{v\,@\,450\text{ K}} = 0.733\text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$$

因此，

$$\Delta u = c_{v,\text{avg}}(T_2 - T_1) = (0.733\text{ kJ/kg}\cdot\text{K})[(600 - 300)\text{K}]$$
$$= 220\text{ kJ/kg}$$

與 (a) 的答案相差約 0.4%。

討論：此答案與精確值（220.71 kJ/kg）的差異僅 0.4%。此接近性並不令人訝異，因為在僅有數百度的溫度區間內，c_v 與溫度呈現性化的假設是合理的。若使用在 $T_1 =$ 300 K 的 c_v 值取代在 T_{avg} 之值，結果為 215.4 kJ/kg，誤差約為 2%。對大部分的工程應用而言，此大小的誤差是可以接受的。

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

例 4-8　攪拌加熱氣體

如圖 4-30 所示，一個絕熱的剛槽一開始裝有 0.7 kg 的氦氣，起始溫度和壓力分別為 27ºC 與 350 kPa。此時，用一個攪拌器攪拌 30 分鐘，攪拌器耗損的功率為 0.015 kW，試問 30 分鐘後的 (a) 氣體溫度；(b) 氣體壓力。

解：取容器的內容物為系統（圖 4-30）。此為封閉系統，因為過程中無質量通過系統邊界。觀察到有軸功作用於系統。

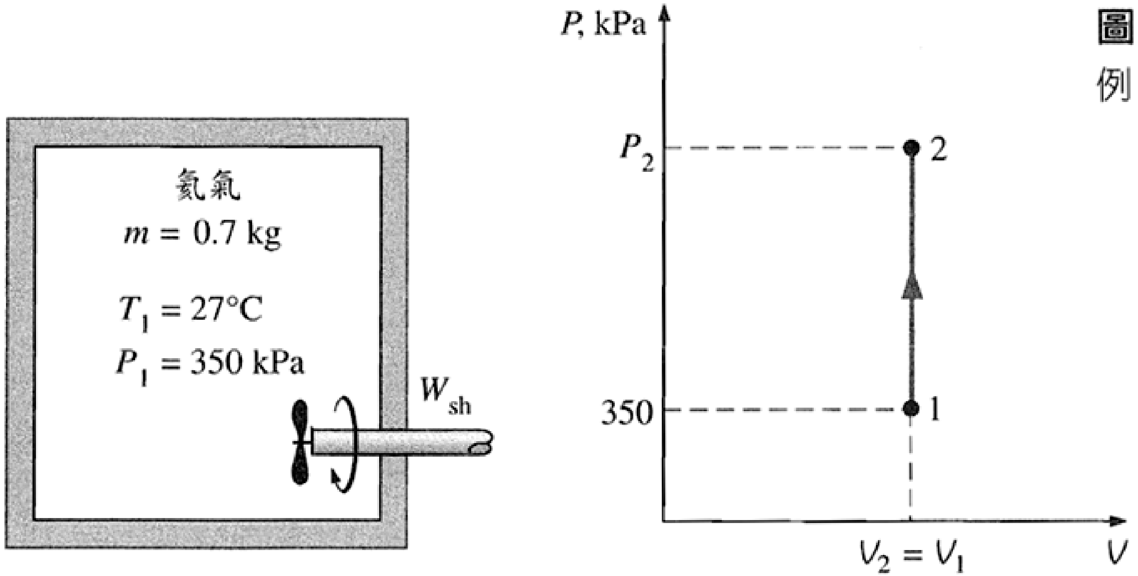


圖 4-30
例 4-8 的 P-V 圖與示意圖。

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

假設：(1) 氦氣為理想氣體；(2) 比熱為常數；(3) 系統為靜止狀態，動能與位能的變化為零；(4) 容器體積為常數，所以沒有邊界功；(5) 系統為絕熱，沒有熱傳遞。

分析：攪拌器對系統內氣體所作的功為軸功的形式。

(a)

$$W_{sh} = \dot{W}_{sh}\,\Delta t = (0.015\text{ kW})(30\text{ min})\left(\frac{60\text{ s}}{1\text{ min}}\right) = 27\text{ kJ}$$

能量守恆方程式：

$$\underbrace{E_{in} - E_{out}}_{\substack{\text{熱、功和質量的}\\ \text{淨能量轉換}}} = \underbrace{\Delta E_{system}}_{\substack{\text{內能、動能和位能}\\ \text{等能量的變化}}}$$

$$W_{sh,in} = \Delta U = m(u_2 - u_1) = mc_{v,avg}(T_2 - T_1)$$

定容比熱可以從表 A-2a 查得 $c_v = 3.1156\text{ kJ/kg}\cdot{}^{\circ}\text{C}$，代入即可得

$$27\text{ kJ} = (0.7\text{ kg})(3.1156\text{ kJ/kg}\cdot{}^{\circ}\text{C})(T_2 - 27{}^{\circ}\text{C})$$

$$T_2 = \mathbf{39.4^{\circ}C}$$

(b) 壓力可以從理想氣體方程式求得，

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$$

因為 $V_1 = V_2$，所以

$$\frac{350\text{ kPa}}{(27 + 273)\text{ K}} = \frac{P_2}{(39.4 + 273)\text{R}}$$

$$P_2 = \mathbf{364\ kPa}$$

討論：理想氣體方程式中，壓力為絕對壓力值。

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

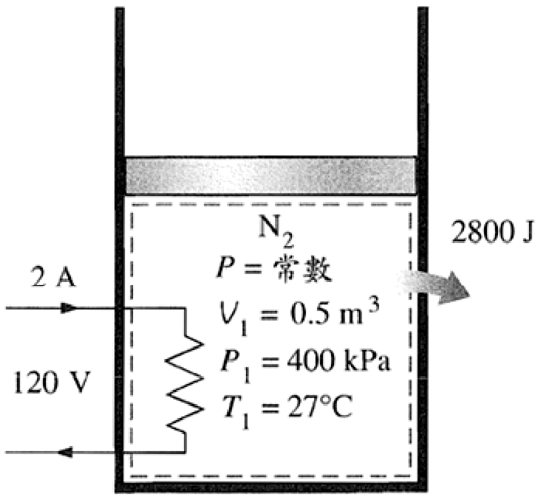
例 4-9　用電熱器加熱氣體

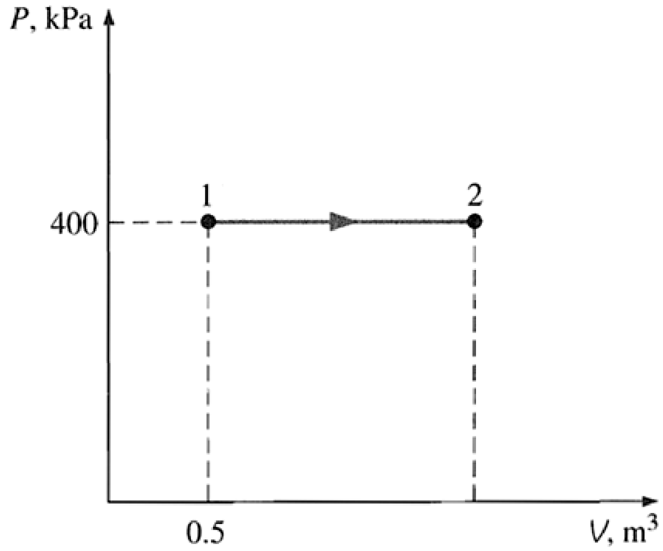
如圖 4-31 所示，一個活塞—汽缸裝置內含 400 kPa、27°C、0.5 m^3 的氮氣。使用電熱器加熱缸內氣體 5 分鐘，假設電熱器電流為 2 A，電壓為 120 V。加熱時，氮氣在等壓過程中膨脹，並對外界散失熱量 2800 J，試求最後狀態下的氣體溫度。

解：取汽缸的內容物為系統（圖 4-31）。此為封閉系統，因為過程中無質量通過系統邊界。活塞—汽缸裝置具有移動的邊界，而有邊界功 W_b。此外，熱由系統損失，而電力功 W_e 作用於系統。

假設：(1) 相對於氮氣的臨界點溫度 –147°C 與壓力 3.39 MPa 來說，氮氣處於高溫低壓下，所以接近理想氣體性質；(2) 系統處於靜止狀態，所以動能與位能的變化可以忽略不計；(3) 等壓過程；(4) 比熱值不變。

圖 4-31
例 4-9 的 *P*-*V* 圖與示意圖。





© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

分析：電熱器所消耗的電功將全部轉成熱量被氣體吸收，氣體受熱膨脹推動活塞對外作功（W_b）。

首先，先求外界對氮氣所作的功 W_e：

$$W_e = \mathbf{V}I\,\Delta t = (120\text{ V})(2\text{ A})(5 \times 60\text{ s})\left(\frac{1\text{ kJ/s}}{1000\text{ VA}}\right) = 72\text{ kJ}$$

氮氣質量：

$$m = \frac{P_1 V_1}{RT_1} = \frac{(400\text{ kPa})(0.5\text{ m}^3)}{(0.297\text{ kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K})(300\text{ K})} = 2.245\text{ kg}$$

根據能量守恆方程式且因為等壓膨脹 $\Delta U + W_b = \Delta H$：

$$\underbrace{E_{\text{in}} - E_{\text{out}}}_{\substack{\text{熱、功和質量的}\\\text{淨能量轉換}}} = \underbrace{\Delta E_{\text{system}}}_{\substack{\text{內能、動能和位能}\\\text{等能量的變化}}}$$

$$W_{e,\text{in}} - Q_{\text{out}} - W_{b,\text{out}} = \Delta U$$

$$W_{e,\text{in}} - Q_{\text{out}} = \Delta H = m(h_2 - h_1) = mc_p(T_2 - T_1)$$

因封閉系統在定壓下進行近似平衡膨脹或壓縮過程 $\Delta U + W_b \equiv \Delta H$。由表 A-2a 可知，氮在溫室時 $c_p = 1.039\text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$。上面的方程式中唯一的未知量為 T_2，而可求得為

$$72\text{ kJ} - 2.8\text{ kJ} = (2.245\text{ kg})(1.039\text{ kJ/kg}\cdot\text{K})(T_2 - 27°\text{C})$$

$$T_2 = \mathbf{56.7°C}$$

討論：請注意，我們也可以藉由求出邊界功與內能變化，而非焓來解出本題。

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

例 4-10 等壓過程中加熱氣體

活塞一汽缸裝置內裝有 150 kPa、27°C 的空氣。圖 4-32 顯示活塞一開始被支撐住的位置，體積為 400 L。由於活塞具有重量，所以需要 350 kPa 以上的壓力才能推動。假設汽缸內氣體被加熱膨脹至兩倍的體積，試求：(a) 最終的溫度；(b) 空氣對外作的功；(c) 傳入汽缸內空氣的熱量。

解：視汽缸的內容物為系統（圖 4-32）。因為過程中無質量通過系統邊界，所以此為封閉系統。活塞具有移動的邊界，因此有邊界功 W_b。另外，系統作邊界功，而熱會傳至系統。

假設：(1) 空氣為理想氣體；(2) 系統處於靜止狀態，所以位能與動能的變化為零；(3) 系統一開始處於定容狀態，再處於等壓過程，如圖 4-32 所示。

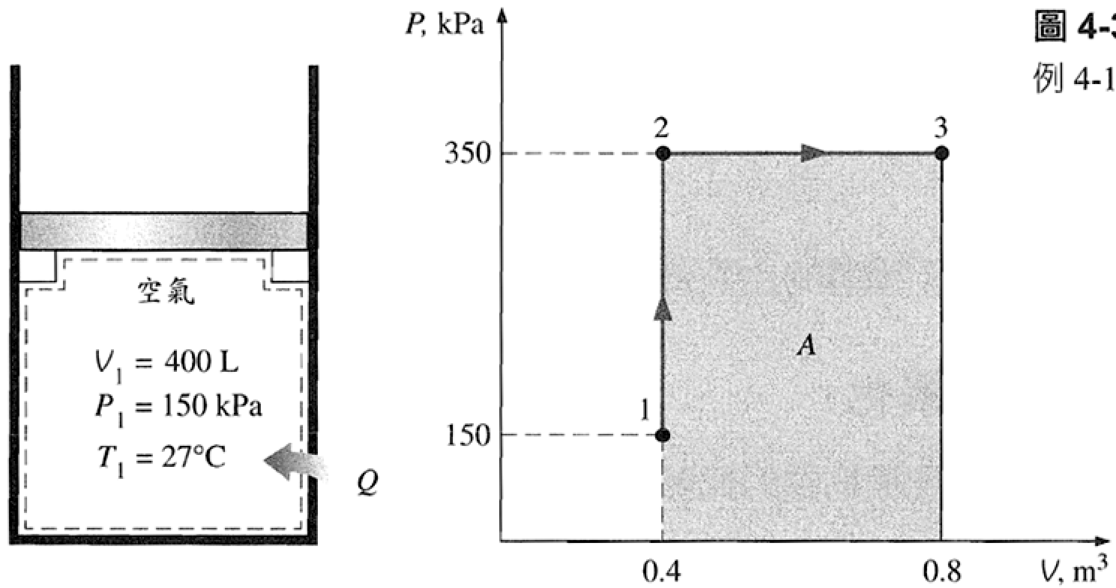


圖 4-32
例 4-10 的 P-V 圖與示意圖。

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

分析：(a) 最終狀態的溫度可以從理想氣體方程式求出：

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_3V_3}{T_3} \longrightarrow \frac{(150\text{ kPa})(V_1)}{300\text{ K}} = \frac{(350\text{ kPa})(2V_1)}{T_3}$$

$$T_3 = \mathbf{1400\ K}$$

(b) 空氣對外作的邊界功可由圖 4-32 中路徑下的面積求出：

$$A = (V_2 - V_1)P_2 = (0.4\text{ m}^3)(350\text{ kPa}) = 140\text{ m}^3\cdot\text{kPa}$$

因此，

$$W_{13} = \mathbf{140\ kJ}$$

(c) 能量守恆方程式：

$$\underbrace{E_{in} - E_{out}}_{\substack{\text{熱、功和質量的}\\ \text{淨能量轉換}}} = \underbrace{\Delta E_{system}}_{\substack{\text{內能、動能和位能}\\ \text{等能量的變化}}}$$

$$Q_{in} - W_{b,out} = \Delta U = m(u_3 - u_1)$$

系統內空氣質量為

$$m = \frac{P_1V_1}{RT_1} = \frac{(150\text{ kPa})(0.4\text{ m}^3)}{(0.287\text{ kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K})(300\text{ K})} = 0.697\text{ kg}$$

各狀態下的比內能可以由表 A-17 查出：

$$u_1 = u_{@\ 300\text{ K}} = 214.07\text{ kJ/kg}$$

$$u_3 = u_{@\ 1400\text{ K}} = 1113.52\text{ kJ/kg}$$

因此，

$$Q_{in} - 140\text{ kJ} = (0.697\text{ kg})[(1113.52 - 214.07)\text{ kJ/kg}]$$

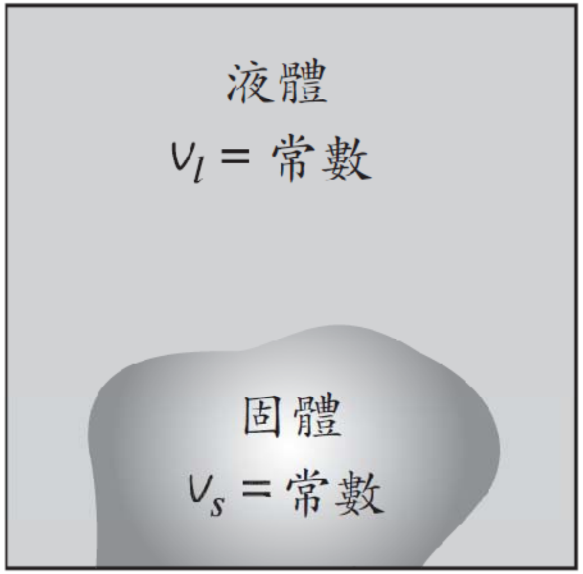
$$Q_{in} = \mathbf{767\ kJ}$$

討論：熱從外界傳入系統內。

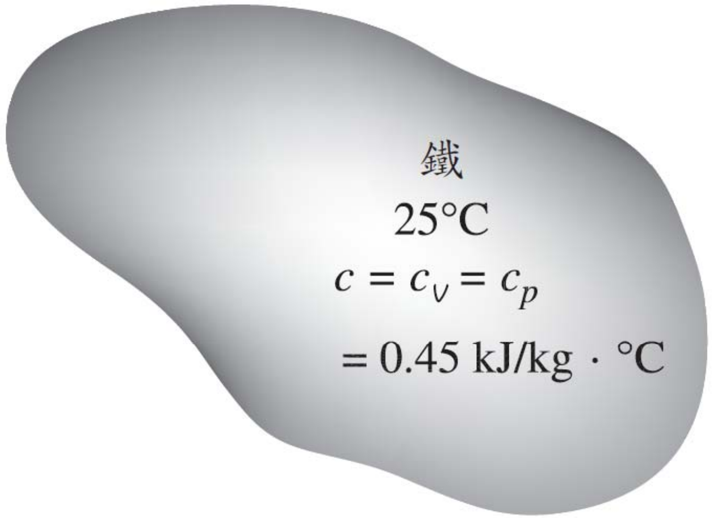
© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

固體及液體的內能、焓與比熱

不可壓縮物質：當物質的體積維持不變。固體和液體在一些過程中，基本的體積維持不變。



在過程中，不可壓縮物質的比容維持不變。



不可壓縮物質的c_p 與c_v相同，所以只以 c 來代表。

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

內能變化

$$du = c_v \, dT = c(T) \, dT$$

$$\Delta u = u_2 - u_1 = \int_1^2 c(T) \, dT \qquad (\text{kJ/kg})$$

$$\Delta u \cong c_{\text{avg}}(T_2 - T_1) \qquad (\text{kJ/kg})$$

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

焓的變化

$$h = u + P\mathrm{v}$$

$$dh = du + \mathrm{v}\,dP + P\,d\overset{0}{\mathrm{v}} = du + \mathrm{v}\,dP$$

$$\Delta h = \Delta u + \mathrm{v}\,\Delta P \cong c_{\text{avg}}\,\Delta T + \mathrm{v}\,\Delta P \qquad (\text{kJ/kg})$$

對於固體來說，$\mathrm{v}\,\Delta P$ 的值不重要，所以 $\Delta h = \Delta u \cong c_{\text{avg}}\Delta T$；對於液體來說，有兩種過程是工程上較常使用的：

1. 等壓過程（例如，在加熱器內），$\Delta P = 0$：$\Delta h = \Delta u \cong c_{\text{avg}}\Delta T$
2. 等溫過程（例如，在泵中），$\Delta T = 0$：$\Delta h = \mathrm{v}\,\Delta P$

壓縮液體的焓 $h_{@P,T} \cong h_{f@T} + \mathrm{v}_{f@T}(P - P_{\text{sat}@T})$

近似式 $h_{@P,T} \cong h_{f@T}$

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

例 4-11 計算水的焓值

使用 (a) 壓縮液體表；(b) 近似為飽和狀態下的液體；(c) 公式 4-38 的修正式，試求出 100ºC、15 MPa 狀態下水的焓。

解：用準確與估算計算式來計算液態水的焓值。

分析：100ºC 下，水的飽和壓力為 101.42 kPa。由於 15 MPa > P_{sat}，所以在此狀態下為壓縮液體。

(a) 從壓縮液體表 A-7：

$$\left.\begin{array}{l} P = 15\text{ MPa} \\ T = 100^\circ\text{C} \end{array}\right\} \quad h = \mathbf{430.39\ kJ/kg} \qquad (\text{表 A-7})$$

(b) 假設此狀態之焓近似於 100ºC 的飽和液體之焓值：

$$h \cong h_{f@\,100^\circ\text{C}} = \mathbf{419.17\ kJ/kg}$$

誤差約 2.6%。

(c) 由公式 4-38：

$$\begin{aligned} h_{@P,T} &\cong h_{f@T} + v_{f@T}(P - P_{\text{sat}@T}) \\ &= (419.17\text{ kJ/kg}) + (0.001\text{ m}^3\text{ kg})[(15{,}000 - 101.42)\text{ kPa}]\left(\frac{1\text{ kJ}}{1\text{ kPa}\cdot\text{m}^3}\right) \\ &= \mathbf{434.07\ kJ/kg} \end{aligned}$$

約有 1% 的誤差。

討論：使用效正向可以使估算值的誤差從 2.6% 降至 1%。雖然準確度有稍微提升，但是所費的工夫太大，通常並不值得。

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

例 4-12　鐵塊在水中的冷卻

一塊 50 kg、80ºC 的鐵塊，放入 25ºC、0.5 m^3 的水中，假設裝水的容器是絕熱的，試求出熱平衡下的溫度。

解： 取容器的全部內容物為系統（圖 4-35）。因為過程中無質量通過系統邊界，所以此為封閉系統。剛槽的體積固定，故無邊界功。

假設： (1) 水和鐵塊都是不可壓縮物質；(2) 水和鐵塊的比熱約為定值；(3) 系統為靜止的，所以 ΔKE = ΔPE = 0，$\Delta E = \Delta U$；(4) 容器為絕熱的，因此沒有熱傳遞。

分析： 能量守恆方程式

$$\underbrace{E_{in} - E_{out}}_{\text{熱、功和質量的淨能量轉換}} = \underbrace{\Delta E_{system}}_{\text{內能、動能和位能等能量的變化}}$$

$$0 = \Delta U$$

將鐵塊和水視為一個系統：

$$\Delta U_{sys} = \Delta U_{iron} + \Delta U_{water} = 0$$

$$[mc(T_2 - T_1)]_{iron} + [mc(T_2 - T_1)]_{water} = 0$$

室溫下，水的比容約為 0.001 m^3/ kg，所以水的質量為

$$m_{water} = \frac{V}{v} = \frac{0.5\ \text{m}^3}{0.001\ \text{m}_3/\text{kg}} = 500\ \text{kg}$$

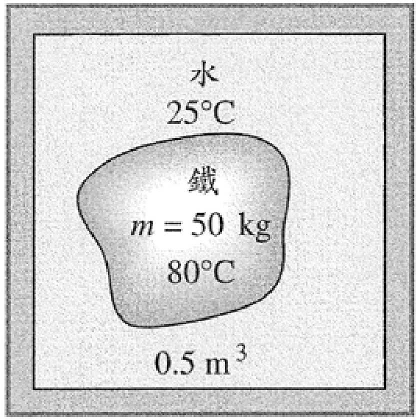


圖 4-35
例 4-12 的示意圖。

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

鐵塊和水的比熱可以從表 A-3 查出：$c_{iron} = 0.45$ kJ/kg · ºC 和 $c_{water} = 4.18$ kJ/kg · ºC。將這些值代入，可以求出：

$$(50\text{ kg})(0.45\text{ kJ/kg}\cdot{}^\circ\text{C})(T_2 - 80^\circ\text{C}) +$$
$$(500\text{ kg})(4.18\text{ kJ/kg}\cdot{}^\circ\text{C})(T_2 - 25^\circ\text{C}) = 0$$
$$T_2 = \mathbf{25.6^\circ C}$$

所以平衡後，水與鐵塊的溫度為 25.6ºC。

討論：水溫的小量上升，是因為其有大的質量與大的比熱。

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

例 4-13　打耳光後臉部的灼熱感

如果你打過別人的耳光或被打耳光，你一定會記得臉部有灼熱的感覺。想像你被一個生氣的人打耳光，臉部的溫度升高了 1.8°C。假設手重量 1.2 kg，而且有 0.150 kg 的臉部組織被影響。若組織的比熱 3.8 kJ/kg · °C，試估計打耳光時手的速度。

解：一個人被打耳光後，當臉部的溫升為已知時，計算摑掌的速度。

假設：(1) 摑掌後手部速度為零；(2) 臉部不動；(3) 臉部沒有將熱傳到外界；(4) 系統沒有作功；(5) 位能變化量為零，$\Delta PE = 0$，$\Delta E = \Delta U + \Delta KE$。

圖 4-36
例 4-13 的示意圖。

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

分析：我們將手與臉部受影響的區域當做系統，如圖 4-36 所示。由於沒有質量的傳遞，所以為一個封閉系統。摑掌時，手部的動能轉換成臉部受影響區域的內能，導致臉部溫度增加。依照以上的假設，能量守恆方程式

$$\underbrace{E_{in} - E_{out}}_{\text{熱、功和質量的淨能量轉換}} = \underbrace{\Delta E_{system}}_{\text{內能、動能和位能等能量的變化}}$$

$$0 = \Delta U_{\text{affected tissue}} + \Delta \mathrm{KE}_{\text{hand}}$$

$$0 = (mc\Delta T)_{\text{affected tissue}} + [m(0 - V^2)/2]_{\text{hand}}$$

將已知量代入就可以解出摑掌時的速度

$$V_{\text{hand}} = \sqrt{\frac{2(mc\Delta T)_{\text{affected tissue}}}{m_{\text{hand}}}}$$

$$= \sqrt{\frac{2(0.15\ \text{kg})(3.8\ \text{kJ/kg}\cdot{}^\circ\text{C})(1.8^\circ\text{C})}{1.2\ \text{kg}}\left(\frac{1000\ \text{m}^2/\text{s}^2}{1\ \text{kJ/kg}}\right)}$$

$$= \mathbf{41.4\ m/s}\ (\text{或 } 149\ \text{km/h})$$

討論：這種問題常在法庭辯論上遇到，熱力學的方法可以用來估算一些行為的特質。

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010

摘要

- 邊界移動功
  - ✓ W_b 等溫過程
  - ✓ W_b 等壓過程
  - ✓ W_b 多變過程
- 封閉系統下的能量平衡方式
  - ✓ 對任一系統經歷某種過程時，依據能量守恆，可以寫出以下的能量平衡方程式
- 比熱
  - ✓ 定壓比熱, c_p
  - ✓ 定容比熱, c_v
- 理想氣體的內能、焓與比熱
  - ✓ 理想氣體的比熱關係
- 固體及液體的內能、焓與比熱

© The McGraw-Hill Companies, Inc., 2010