

國立台北科大能源所

100 學年第一學期

電腦輔助能源

與熱流科學分析模擬作業

授課老師： 施陽正 教授

A⁺

班級：能源碩一

姓名：王智弘

學號：100458049

目錄

一、問題描述.....	3
二、統御方程式.....	3
1. CONTINUITY EQUATION.....	3
2. MOMENTUM EQUATION.....	3
3. ENERGY EQUATION.....	4
4. NUSSELT NUMBER.....	4
三、起始及邊界條件.....	4
四、CFD 設定說明.....	4
1. 連續方程式.....	4
2. 動量方程式.....	4
3. 能量方程式.....	4
4. 網格建立.....	5
5. 考慮重力.....	5
6. 考慮能量方程式.....	5
7. 考慮浮力.....	5
五、數值方法.....	5
1. 對流-擴散項差分型式.....	6
2. 速度-壓力耦合關係.....	6
3. 鬆弛因子設定.....	6
4. 收斂條件設定.....	6
5. 初始化.....	6
六、數值模擬結果.....	7
1. 格點獨立分析.....	7
2. 誤差分析.....	7
3. 模擬結果圖.....	8
a. 網格分佈圖.....	8
b. 溫度分佈圖.....	9
c. 速度分佈圖.....	9
d. Nusselt Number 在小正方塊四邊的分佈圖.....	10
七、結果與討論.....	11
八、參考文獻.....	12

一、問題描述

在一個穩態 2-D 正方塊中，加入一個小正方塊，給定小正方塊和大正方塊的尺寸和邊界溫度，並找出當中間流體為空氣，上平板以一定速度向左移動時，兩正方塊間之速度分佈(Velocity Distribution)?

溫度分佈(Temperature Distribution)?

還有小正方塊四個面紐賽數的分佈(Nusselt Number Distribution)?

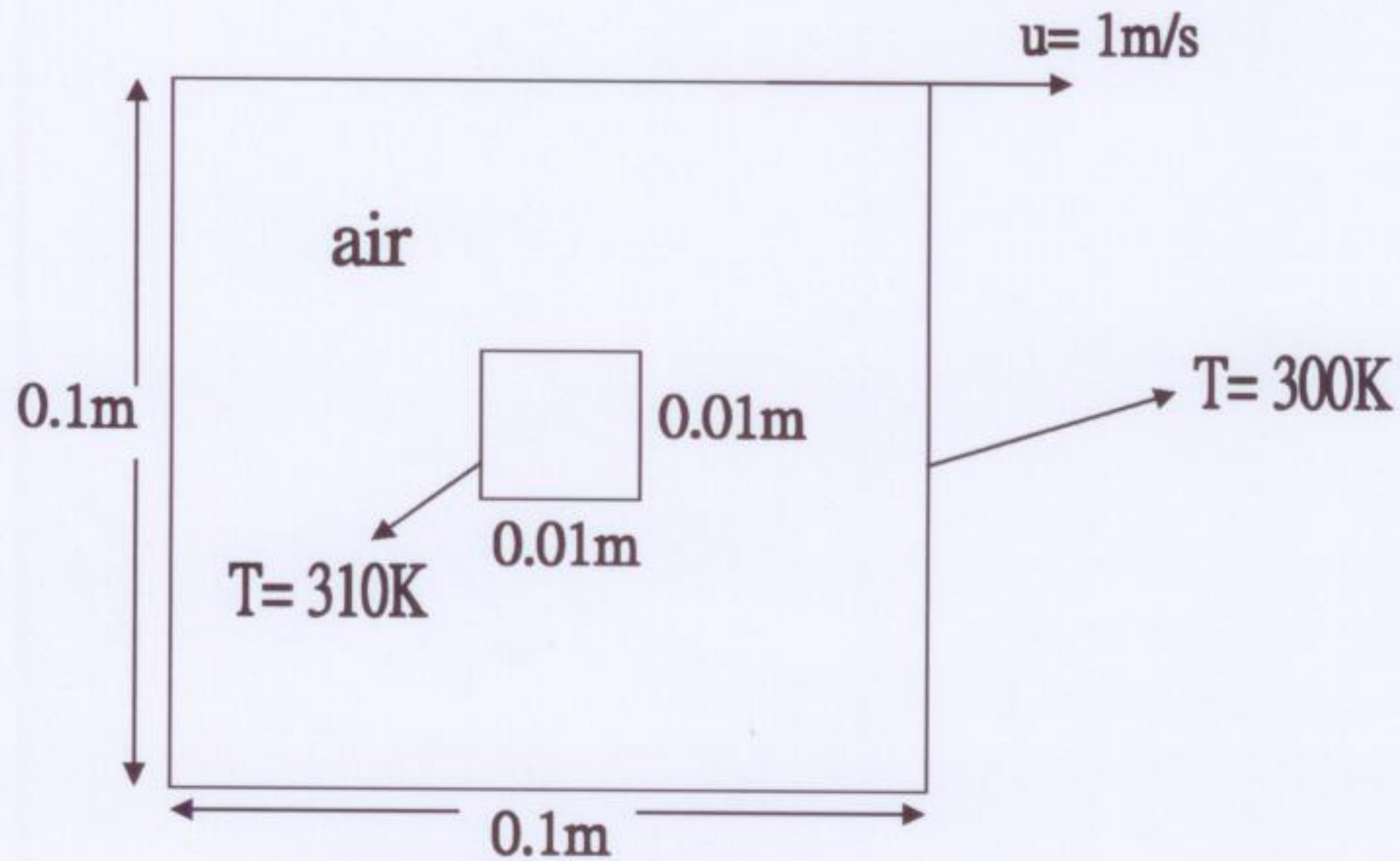


圖 1. 方塊幾何條件

二、統御方程式

為了分析方便幾何形狀使用直角座標系統來表示所有的統御方程式：

1. Continuity Equation

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

2. Momentum Equation

x 方向－

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu_f \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right]$$

y 方向—

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu_f \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right]$$

3. Energy Equation

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_f \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right]$$

4. Nusselt Number

$$Nu = \frac{hl}{k}$$

三、起始及邊界條件

本次數值模擬求解的為 2D、Steady 問題，假設大方塊與小方塊四周都等溫、絕熱，大方塊 $T=300\text{K}$ ，小方塊 $T=310\text{K}$ ，其中大方塊上方邊界以 $u=1\text{m/s}$ 移動，空間中的流體為空氣。

四、CFD 設定說明

引入的統御方程式有：

1. 連續方程式

2. 動量方程式(本問題中考慮流動為 Laminar，並考慮重力以及浮力)

3. 能量方程式(假設壁面等溫、絕熱)

4. 網格建立

本次模擬所使用的網格皆為結構網格(Structure Grid)，分別建立了

大正方塊單邊格點數	小正方塊單邊格點數	總網格數
50	5	2475
100	10	9900
130	13	16731
150	15	22275
180	18	32076

表 1. 網格設定

5. 考慮重力：所以 Problem Setup 時必須設定 Gravity， $g_y = -9.81$

6. 考慮能量方程式：所以 Model 要勾選 Energy 選項

7. 考慮浮力：所以在 Materials 設定中必須考慮 Boussinesq approximation

Air (流體材質)	Aluminum (正方塊材質)
Density $\rho = \rho_0(1 - \beta\Delta T)$ ， $\rho_0 = 1.2(\text{kg/m}^3)$	Density = 2719(kg/m ³)
Thermal Expansion Coefficient(β) = 0.0033(1/k)	Specific Heat = 871(j/kg-k)
Specific Heat = 1006.43(j/kg-k)	Thermal Conductivity = 202.4(w/m-k)
Thermal Conductivity = 0.0242(w/m-k)	
Viscosity = 1.7894e-05(kg/m-s)	

表 2. 材料性質

五、數值方法

報告當中使用的模擬軟體 FLUENT，其為根據 FVM(Finite volume method)所發展出來的套裝軟體，在求解器數值方法的部分選用如表 3 設定：

1. 對流-擴散項差分型式：

Pressre	Body Force Weighted
Momentum	First Order Upwind
Energy	First Order Upwind

表 3. 求解器數值方法

2. 速度-壓力耦合關係：SIMPLEC

3. 鬆弛因子設定：有效的更改鬆弛因子可以加速收斂的時間，本模擬使用的鬆弛因子設定如表 4

Pressure	0.3
Density	1
Body Force	0.1
Momentum	0.5
Energy	1

表 4. 鬆弛因子設定

4. 收斂條件設定：

當進行數值模擬時，收斂條件的設定會影響計算結果的準確度和速度，因此必須根據所要分析的問題難度設定不同的收斂程度，報告中所有的數值模擬計算結果收斂條件設定如表 5.

方程式	收斂條件 (Normalized Residual)
連續方程式	10e-3
動量方程式	10e-3
能量方程式	10e-6

表 5. 收斂條件設定

5. 初始化：

在數值計算的過程中，首先必須給定一個初始猜測值，方能開始數值運算。而一個適當的猜測值的給定，能降低求解過程的運算時間且得到較精確的收斂結果，返的不適當的初始猜測值將導致數值運算一直無法收斂，因此，給定一個合理的初始猜測值有助於求解問題，此模擬中給定初始值 $T=305K$ (平均溫度)

六、數值模擬結果

1. 格點獨立分析

在不同格點數量中比較同一物理量，並觀察當格點的數量增加時，選定的物理量變化的差異大小，當差異很大時繼續增加格點分析，直到格點增加數量對所影響的物理量很小時即可停止增加格點。在此模擬中格點獨立選用的格點數分別為2475、9900、16731、22275、32076，其中用來比對的物理量為小正方塊上邊Nusselt Number的分佈如圖2。

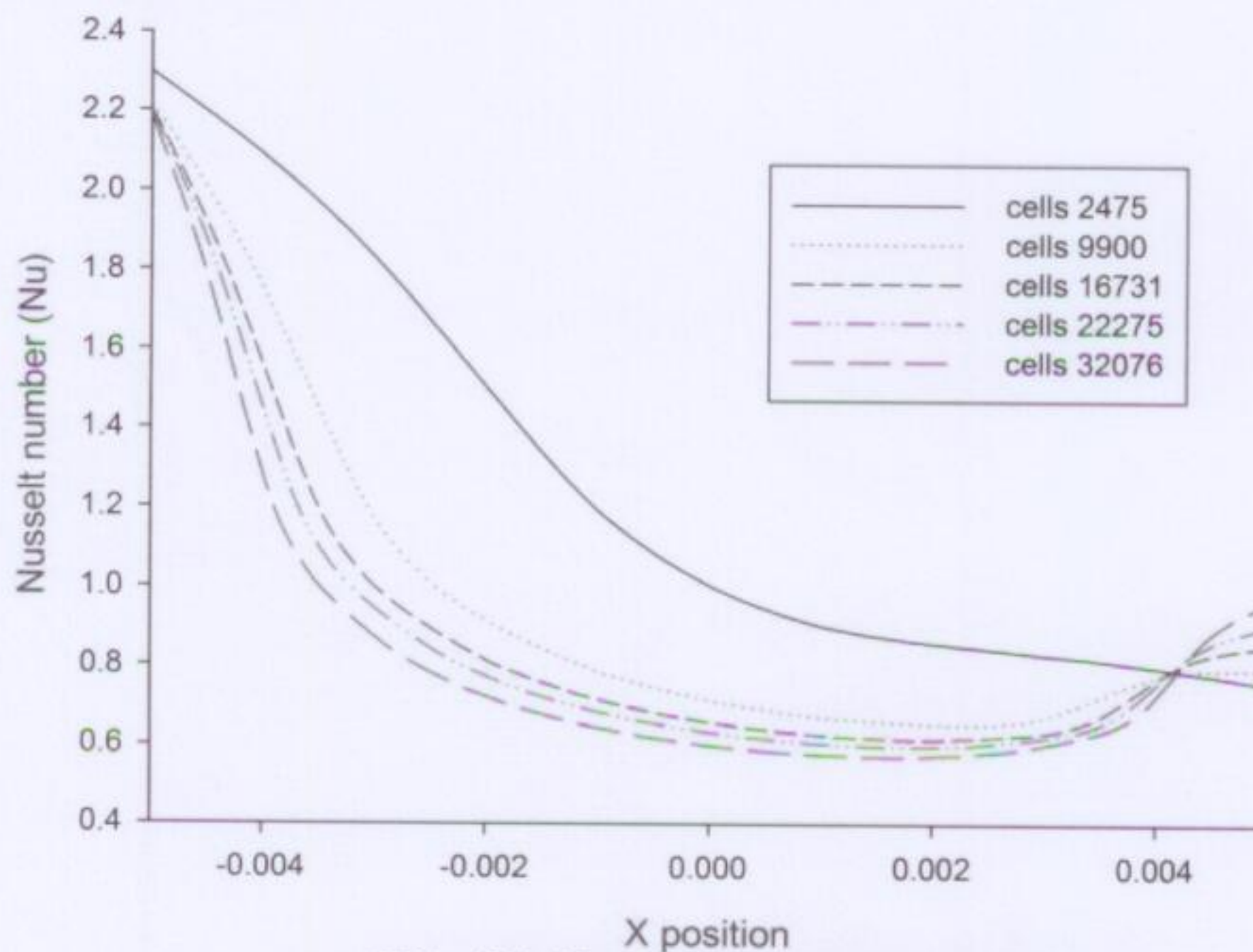


圖2. X座標-Nusselt Number分佈圖

2. 誤差分析

利用表5. 不同的平均Nusselt Number可以計算相對誤差

網格數	小正方塊上邊平均Nusselt Number
2475	1.301741
9900	1.010247
16731	0.933721
22275	0.900074
32076	0.853859

表 6. 不同網格數的平均 Nusselt Number

相對誤差的公式

$$E_r = \frac{E}{T} \times 100\%$$

其中：E=X-T；X 為測定值；T 為真實值；E 為絕對誤差， E_r 為相對誤差。

網格數	相對誤差
2475	0
9900	0.223926(22.4%)
16731	0.075749(7.57%)
22275	0.033647(3.36%)
32076	0.046215(4.62%)

表 7. 相對誤差結果

當網格數從 9900 增加到 16731 時相對誤差為 7.57%，當網格數從 16731 到 22275 時相對誤差為 3.36%，誤差已經減小了一點，不過當網格數從 22275 到 32076 時新對誤差又增加到 4.62%了，因此模擬時選用網格數 22275 較佳

3. 模擬結果圖

以下圖皆為網格數為 22275

a. 網格分佈圖

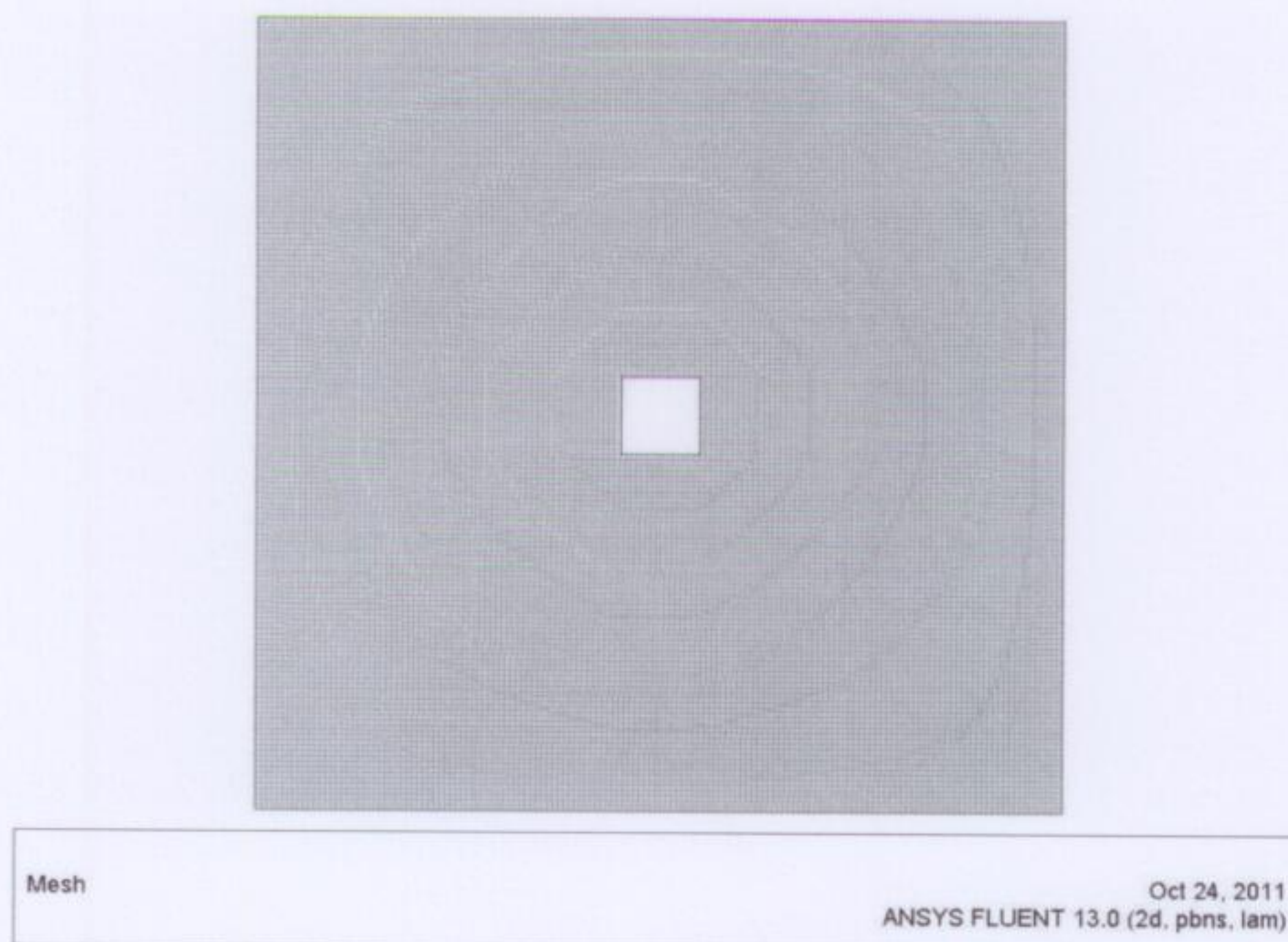


圖3. 網格分佈圖

b. 溫度分佈圖

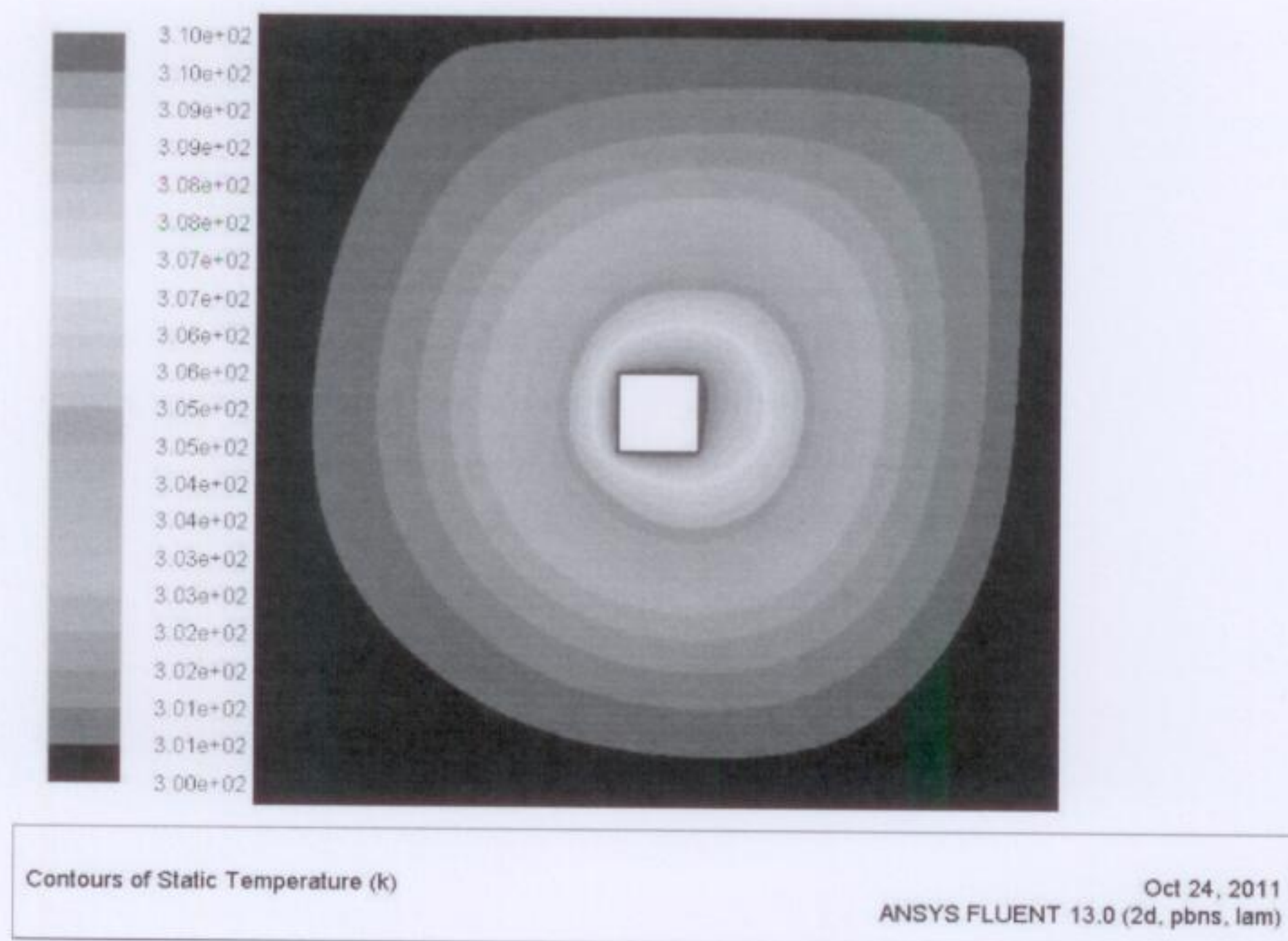


圖 4. Temperature Distribution

c. 速度分佈圖

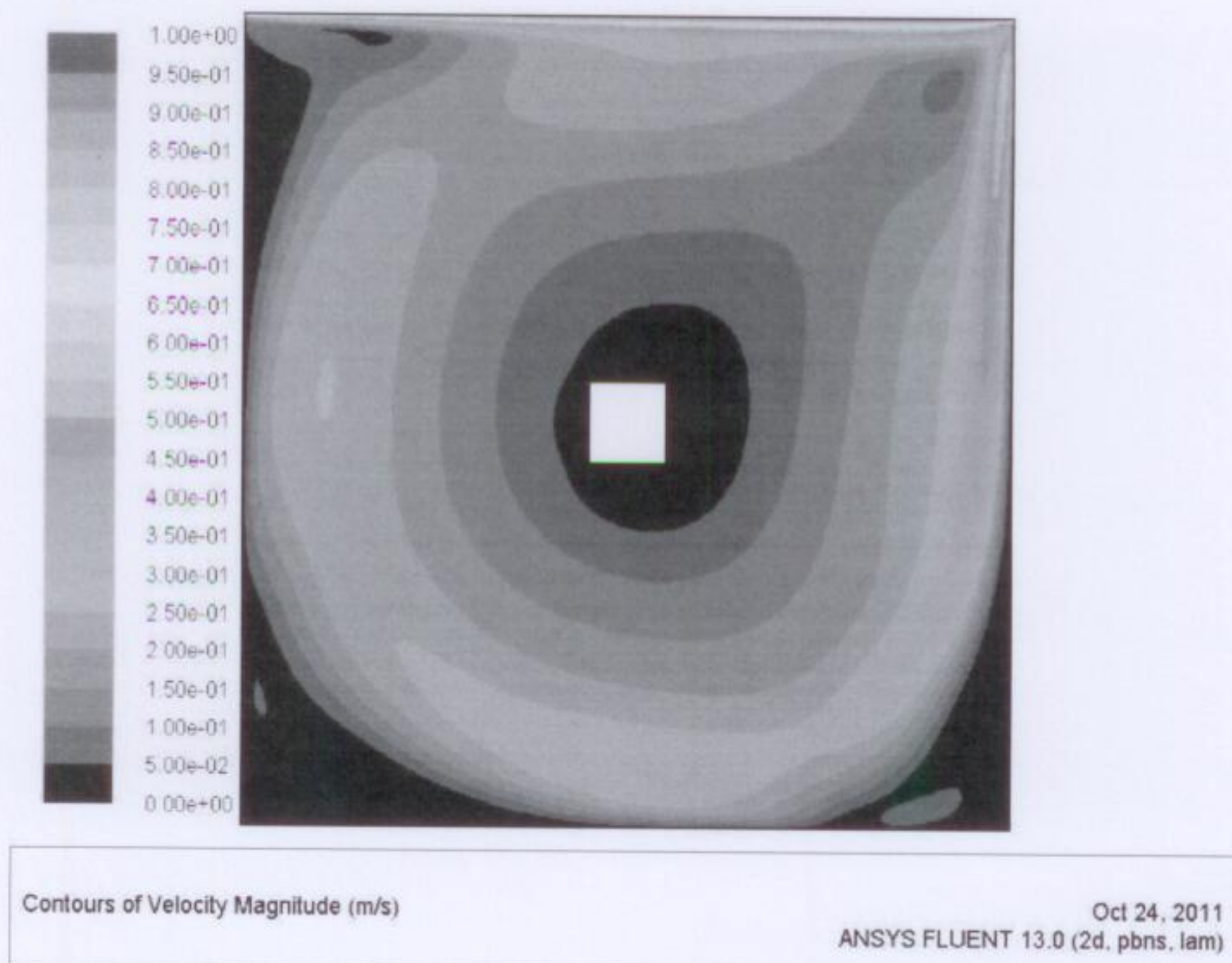


圖 5. Velocity Distribution

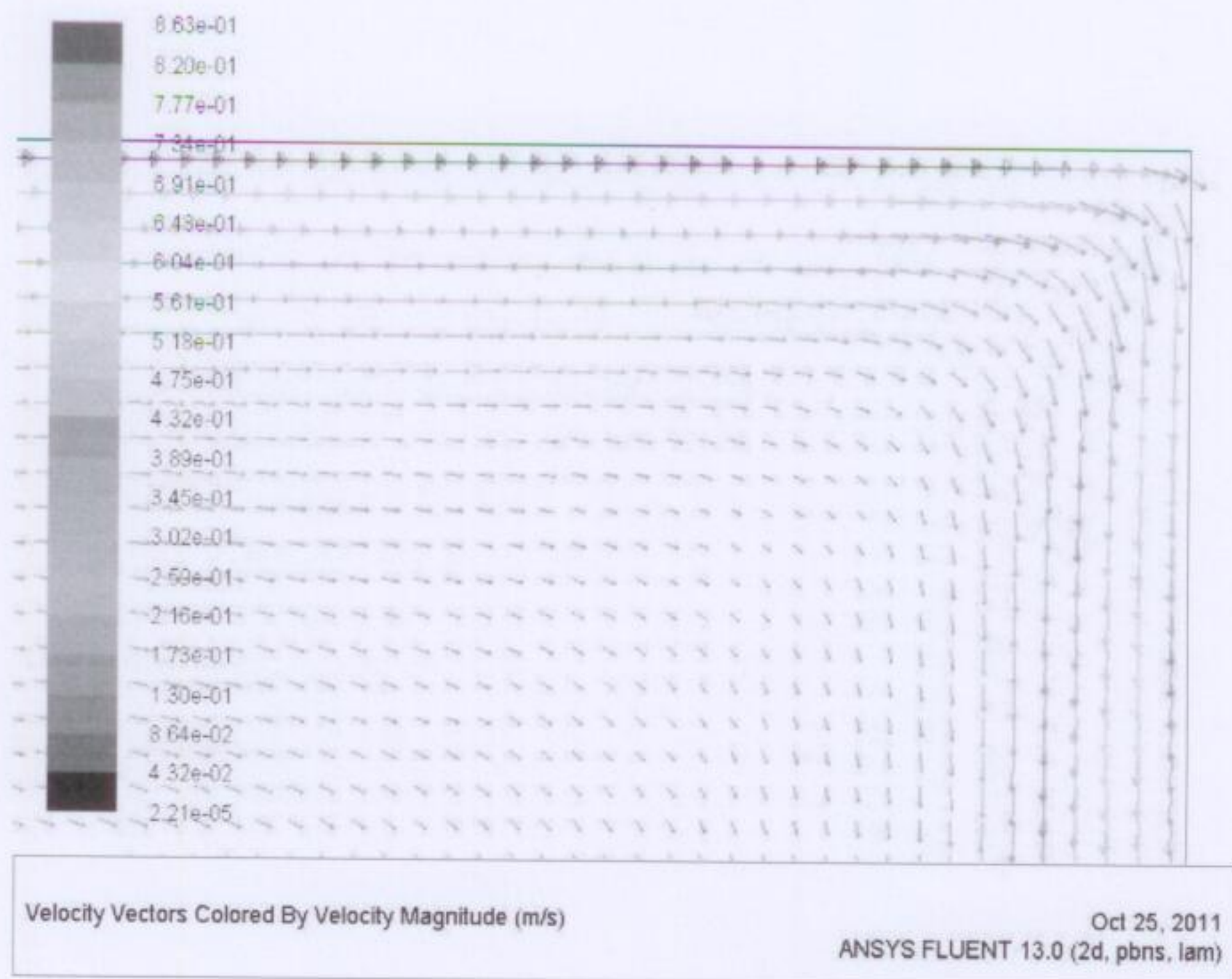


圖 6. 流場速度向量分佈圖

d. Nusselt Number 在小正方塊四邊的分佈圖

其中 suw、sdw、slw、srw 分別為小正方塊的上、下、左、右側的牆

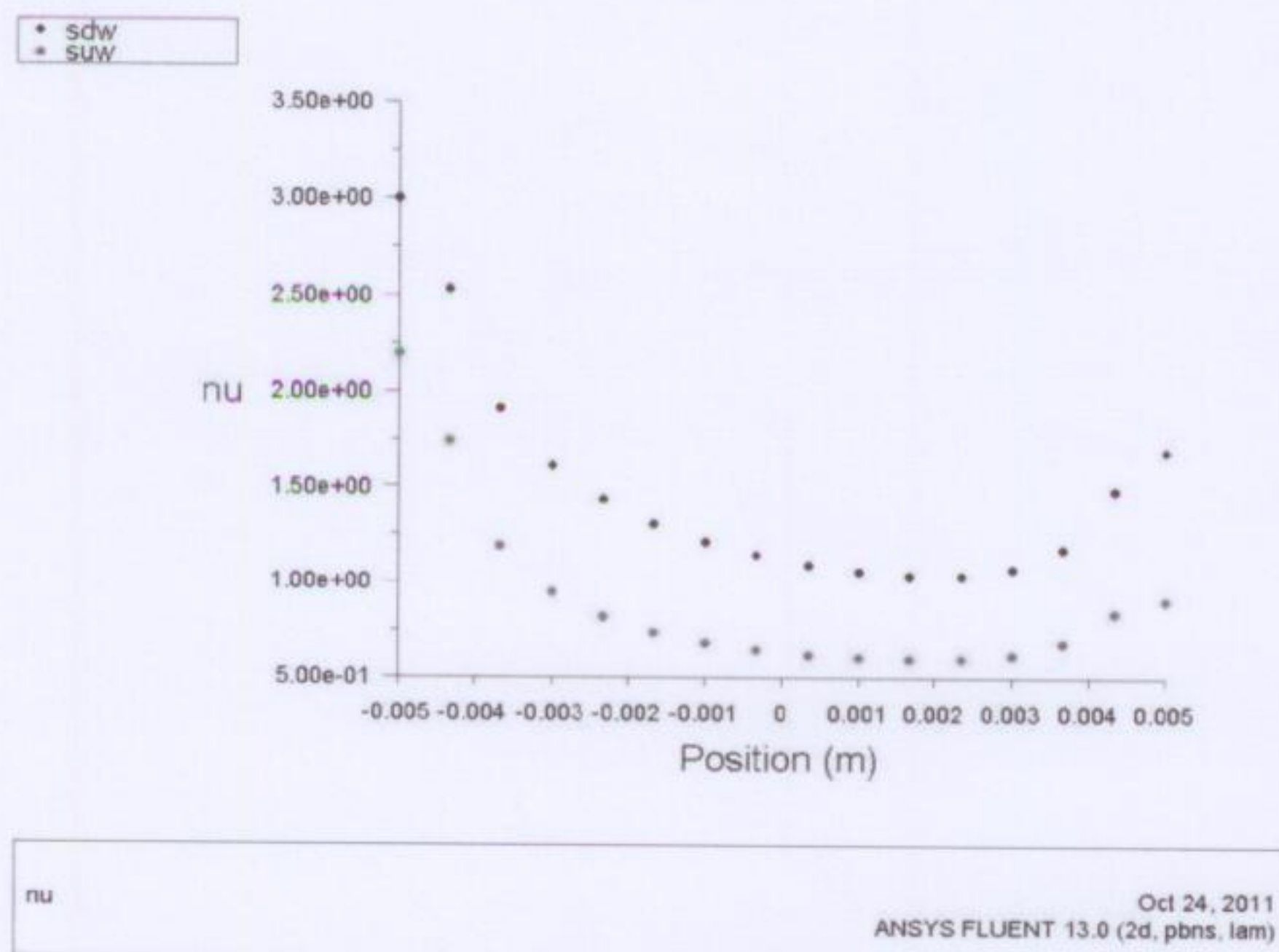


圖 7. Nusselt Number 分佈於小正方塊上、下牆

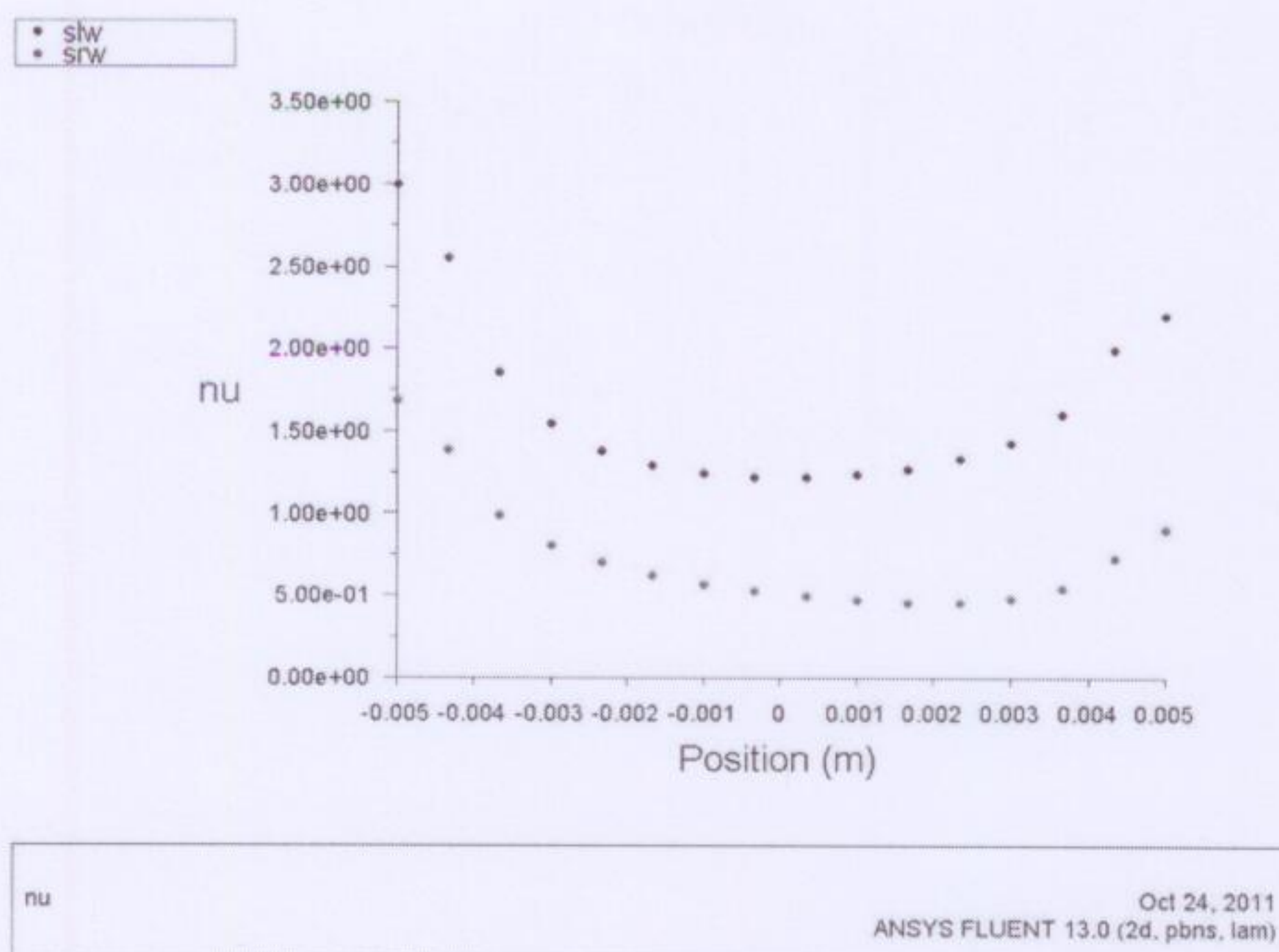


圖 8. Nusselt Number 分佈於小正方塊左、右牆

七、結果與討論

當使用之網格數越多時，其所得之結果會越來越接近，不過相對的計算的時間就會比較久，所以格點獨立分析是一個能減少模擬所需時間的必要步驟。以此模擬來說，如果增加網格的數量可是數據變化改變並不多或甚至可以看成一樣的，選擇網格較小的方式將會減少許多時間，並可藉模擬的方式了解內部流場現象及特色。

本模擬考慮強制、自然對流，而 Grashof number 為主導自然對流的重要參數 Reynolds number 為主導強制對流的重要參數。

若 $\frac{Gr}{Re^2} \approx 1$ 時則自然對流與強制對流的效應接不可忽略；若 $\frac{Gr}{Re^2}$ 遠小於 1

則自然對流效應可以忽略，相反的當 $\frac{Gr}{Re^2}$ 遠大於 1 則強制對流效應可以忽略。

本模擬經由計算 $\frac{Gr}{Re^2}$ 大約等於 0.0322，所以本模擬為強制、自然對流皆須

考慮的混和對流(不過強制對流的影響稍微比較大一些)。

八、參考文獻

- [1]. H. K. VERSTEEG and W. MALALASEKERA, An introduction to computational fluid dynamics The finite volume method
- [2]. Frank M. White, *Viscous Fluid Flow*, third edition
- [3]. Wikipedia
- [4]. Ansys Fluent user menu